

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»**

Куценко Л.М., Адашевская И.Ю., Воронцова Д.В.

**ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ОГИБАЮЩИХ СЕМЕЙСТВ КРИВЫХ
НА ПРИМЕРЕ ПРОЦЕССА ПЕРФОРАЦИИ
В ВАЛКАХ**



Харьков 2009

ББК 22.151.в6

УДК 004.925.8

К 88

Рецензенты: *Найдыш А.В.*, заведующий кафедрой прикладной математики и информационных технологий Таврийского государственного агротехнологического университета, доктор технических наук, профессор;

Борисенко В.Д., заведующий кафедрой инженерной графики Национального университета кораблестроения имени адмирала Макарова, доктор технических наук, профессор.

Рекомендовано Ученым Советом НТУ «ХПИ», протокол № 12 от 28.11.2008 г.

Куценко Л.Н., Адашевская И.Ю., Воронцова Д.В.

Геометрическое моделирование огибающих семейств кривых на примере процесса перфорации в валках. — Монография. — Х.: «НТМТ», 2009. — 144 с., ил. 113.

ISBN 978 — 966 — 8603 — 60 — 0

Работа посвящена составлению эффективных алгоритмов геометрического моделирования процесса перфорации валковыми механизмами и описания поверхностей пуансонов в зависимости от необходимой формы контура пробиваемого отверстия. Исследования проводятся с целью выявления рациональных значений геометрических параметров валковых перфорационных механизмов.

Все положения работы подкреплены результатами выполнения программ, составленными для среды математического процессора Maple. В приложении приведены тексты программ, составленные авторами.

Для студентов, аспирантов и специалистов по прикладной геометрии и инженерной графике.

ББК 22.151.в6

УДК 004.925.8

К 88

ISBN 978 — 966 — 8603 — 60 — 0

© Куценко Л.М. Адашевская И.Ю.,
Воронцова Д.В. 2009

© Издательство «НТМТ», 2009

© «НТМТ» оригинал-макет, 2009

ЗМІСТ

ВВЕДЕНИЕ	5
РАЗДЕЛ 1. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИИ ПЕРФОРАЦИИ ПОЛОСОВОГО МЕТАЛЛА	8
1.1. Конструктивные и технологические преимущества перфорированных профилей	8
1.2. Анализ современных тенденций в области оборудования и технологии перфорации полосового металла	16
1.3. Нахождение огибающей параметрического семейства кривых как основа геометрического моделирования перфорации в валках.....	24
1.4. Обзор методов описания огибающих параметрических семейств кривых на плоскости уравнениями в неявном виде ..	31
ВЫВОДЫ К РАЗДЕЛУ 1	37
РАЗДЕЛ 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОГИБАЮЩЕЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СЕМЕЙСТВА	39
2.1. Приближенное уравнение огибающей семейства кривых, моделирующих формообразование объектов на плоскости	39
2.2. Проекционный метод описания огибающей семейства кривых на плоскости	45
2.3. Структурная схема алгоритма построения приближенного уравнения огибающей	52
2.4. Примеры описания огибающих параметрических семейств кривых на плоскости уравнением в неявном виде	56

2.5. Описание контура пуансона для перфорации листового материала в валках.....	64
ВЫВОДЫ К РАЗДЕЛУ 2	71
РАЗДЕЛ 3. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМЫ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИНСТРУМЕНТОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СПОСОБА ПОДАЧИ ПОЛОСЫ	73
3.1. Исследование кинематики процесса перфорации при горизонтальной подаче полосы в зону пробивки.....	73
3.2. Определение аналитических зависимостей между конструктивно-технологическими параметрами.....	81
3.3. Безматричный способ перфорации полосового металла.....	85
3.4. Анимационное моделирование формы рабочих поверхностей инструмента в зависимости от способа подачи полосы	89
3.5. Алгоритм расчета пуансона для перфорации круглых отверстий	96
ВЫВОДЫ К РАЗДЕЛУ 3	101
РАЗДЕЛ 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА ПЕРФОРАЦИИ ПОЛОСОВОГО МЕТАЛЛА В ВАЛКАХ	103
4.1. Методика экспериментальных исследований.....	103
4.2. Влияние толщины полосы на усилие перфорации и крутящие моменты	110
4.3. Влияние формы рабочего инструмента на усилие перфорации	112
ВЫВОДЫ К РАЗДЕЛУ 4	119
ОБЩИЕ ВЫВОДЫ	121
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	123
ПРИЛОЖЕНИЕ (комплекс программ)	134

ВВЕДЕНИЕ

Уровень научно-производственного потенциала страны определяется использованием новейших технологий мирового уровня. В частности, в машиностроении актуальны технологии механической обработки материала [10, 24, 26, 104, 109]. С точки зрения прикладной геометрии при этом наименее исследованы технологии перфорации листового материала при помощи валковых механизмов [35 – 42, 65–73, 105 – 113, 116]. Здесь пробивка отверстий в листовом материале выполняется между синхронно вращающимися цилиндрическими валами, поверхности которых содержат пуансоны и матрицы. В зависимости от формы поверхности пуансона (как инструмента перфорации) в листовом материале образуются отверстия необходимой формы.

Задача состоит в выборе такой формы поверхности пуансона, которая позволила бы пробить в листовом материале отверстие заданной формы. При этом, с точки зрения прикладной геометрии интересным есть то, что возможные формы профилей пуансонов могут быть получены как огибающие семейств мгновенных положений контура перфорируемого отверстия. Определение на стадии проектирования рациональной формы профиля пуансона будет содействовать появлению новейшей техники и технологии мирового уровня, что и указывает на актуальность избранной темы исследований.

Осуществить адекватное описание профиля инструмента возможно с помощью *геометрического моделирования процесса перфорации*. Укажем, что геометрическое моделирование объекта сложной формы (как результата его профилирования по определенному закону) является одной из главных задач прикладной геометрии и инженерной графики [12, 55, 63, 78, 80, 81]. Определению огибающей параметрического семейства посвящены работы А.Н.Подкорытова, Л.Н.Куценка, А.Ф.Кириченка, И.Б.Шелиховой, А.И.Самна и многих других [30 – 33, 59 – 60, 80, 81, 102].

Однако проведенные исследования не позволяют осуществить геометрическое моделирование процесса перфорации. Одной из причин этого было *отсутствие геометрических и математических моделей*, ко-

торые бы позволили описать огибающую параметрического семейства линий, а также *отсутствие математических процессоров*, которые бы позволили бы исследовать огибающую на аналитическом и графическом уровнях в реальном масштабе времени. Еще не занятой «научной нишей» оказалось создания эффективных алгоритмов профилирования пуансонов с целью выявления рациональных значений параметров перфорации с возможностью осуществлять визуальный контроль результата перфорации.

Поэтому целью данной работы есть создания теоретической базы для *алгоритмов геометрического моделирования процесса перфорации* и осуществления описания поверхностей пуансонов в зависимости от необходимого контура пробиваемого отверстия. Иными словами цель исследований состояла в разработке метода для описания поверхностей пуансонов в зависимости от необходимого контура пробиваемого отверстия на основе геометрического моделирования процесса перфорации валковым механизмом.

Объектом исследования есть формообразование отверстий в процессе перфорации листового материала.

Предметом исследования есть способ составления алгоритмов геометрического моделирования перфорации листового материала с дальнейшим определением ее рациональных параметров.

Методы исследования: элементы теоретической механики и компьютерной графики, теории геометрических преобразований и аналитического описания объектов с помощью функций В.Л.Рвачева. Применяются основные положения прикладной геометрии и методы вычислительной математики.

Для достижения этой цели в работе поставлены такие основные задачи:

- *осуществить* обзор методов перфорации листового материала при помощи валковых механизмов;
- *получить* формулы связи между неподвижной и подвижной системами координат для разновидностей схем перфорации;
- *провести* критический обзор методов определения огибающих параметрических семейств линий на плоскости;
- для описания огибающих в реальных случаях *разработать* геометрическую интерпретацию проекционного метода нахождения этих огибающих;
- *составить* алгоритмы профилирования пуансона путем обкатки контуров конкретных пробиваемых фигур, например, круга, прямоугольника, треугольника, уголка;
- для проверки достоверности рассмотренного метода *решить* ряд тестовых примеров с известными или прогнозируемыми решениями;

-
-
- метод *внедрить* в производство при модернизации валковых перфорационных механизмов, а также в учебный процесс ВУЗа в разделы, посвященные расчетам элементов техники.

Научную новизну работы имеет метод аналитического описания огибающей параметрического семейства линий на плоскости, ориентированный на составление алгоритмов профилирования пуансона для перфорации в валках путем геометрического моделирования его обкатки контуром фигуры заданной геометрической формы, составными которого есть *новые способы*:

- аналитического приближенного описания огибающей в более компактном виде по сравнению с известными методами;
- составления алгоритмов реализации аналитического описания огибающей семейства линий на плоскости с учетом границ изменения параметра;
- определения формы пуансона для разных схем перфорации в валках в зависимости от формы пробиваемого отверстия.

Достоверность и обоснованность результатов подтверждается доказательством утверждений, аналитическими преобразованиями с помощью процессора MAPLE и построенными с помощью компьютера изображениями результатов обкаток для тестовых примеров, а также расчетами в процессе внедрения.

Практическое значение полученных результатов состоит в возможности на ее теоретической базе внедрять в реальную практику алгоритмы профилирования изделий путем обкатки фигурой заданных геометрических форм как рассмотренных, так и других. Эта графическая информация поможет принимать обоснованные решения при конструировании изделий и оснащения.

Авторы выражают благодарность С.В.Клепанде за помощь в проведении экспериментов, описание которых приведено в четвертом разделе.

РАЗДЕЛ 1

ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИИ ПЕРФОРАЦИИ ПОЛОСОВОГО МЕТАЛЛА

1.1. Конструктивные и технологические преимущества перфорированных профилей

Одним из важных резервов экономного расходования металла является применение перфорированных гнутых профилей проката, позволяющих значительно снизить вес (до 30%) машин, механизмов и сооружений, ускорить их сборку, уменьшить трудоемкость монтажных работ. К гнутым перфорированным профилям относятся профили, в которых пробиты различной формы и размеров отверстия, повторяющиеся по всей длине каждого профиля через определенное расстояние, называемое шагом или модулем перфорации (рис.1.1).

Достоинством конструкций из перфорированных гнутых профилей является их легкость, отсутствие сварочных работ при монтаже конструкций из этих профилей, простота в удобство сборки, возможность многократного использования одних и тех же профилей в сборно-разборных конструкциях различного назначения. Наличие отверстий в перфорированных профилях позволяет по-новому решать вопросы проектирования и изготовления целого ряда конструкций и сооружений: а) технологические конструкции (рамы конвейеров, транспортеров, рольгангов, лестницы, площадки, ограждения и др.); б) нестандартное оборудование (стеллажи, этажерки, шкафы для электрооборудования); в) монтажные инвентарные приспособления (передвижные леса, подвесные люльки, подъемники, мачты и стрелы, лестницы и др.); г) строительные конструкции легких и временных сборно-разборных зданий и сооружений (стойки, колонны, фермы, балки, каркасы зерноскладов и птицефабрик, осветительные мачты, эстакады и др.).

Сортамент перфорированных гнутых профилей, используемых на практике, характеризуется значительным разнообразием. Он охватывает сортовые и специальные профили толщиной от 0,8 мм до 12 мм с длиной (шириной) развертки от 30 мм до 700 мм и составляет более 100 профилазмеровов (рис.1.2).

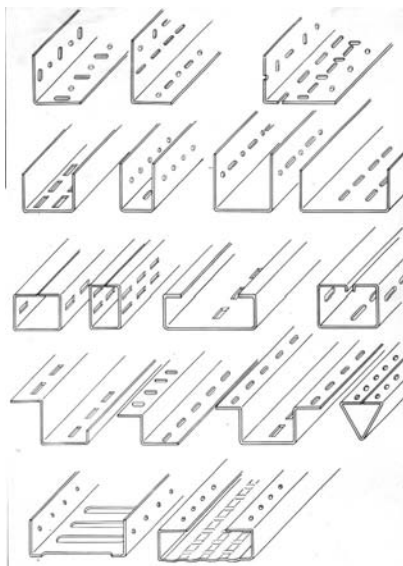


Рис. 1.1. Представители перфорированных гнутых профилей

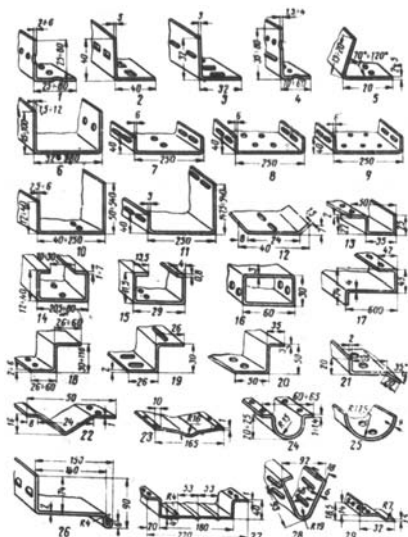
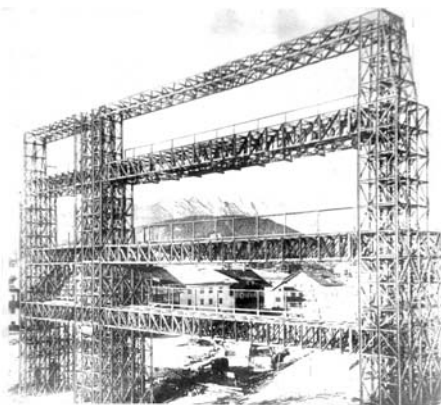


Рис. 1.2. Сортамент перфорированных гнутых профилей

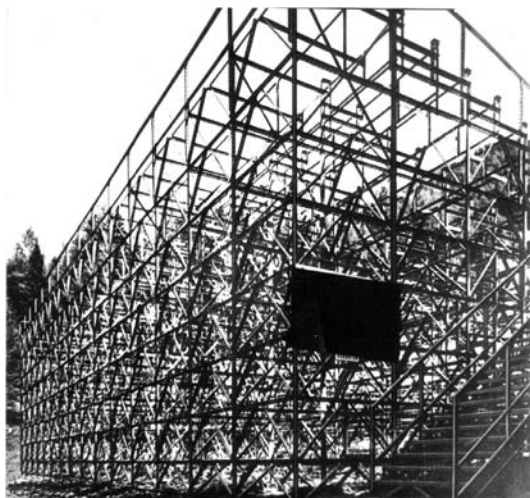
В перфорированных профилях делает преимущественно круглые и овальные отверстия, а в некоторых случаях - квадратные и прямоугольные. Отверстия круглой и квадратной формы применяют в тех случаях, когда перфорированные профили используют для крепления деталей, требующих определенного точного фиксированного положения. Диаметр большинства отверстий круглой формы имеет размер от 3 до 18 мм, у некоторых профилей диаметр отверстий достигает 60–80 мм.

Перфорированные гнутые профили находят широкое применение при изготовлении металлических шахтных стоек различных типов, предназначенных для крепления призабойного пространства (от 0,5 до 2,3 мм). С применением перфорированных гнутых профилей изготавливают стеллажи для тяжелых, средних и легких нагрузок, каркасные стеллажи для многономенклатурных грузов, уложенных на поддонах

с помощью автопогрузчиков. Перфорированные профили используются при строительстве различных объектов, например, спортивных сооружений (рис. 1.3), которые были временно использованы при проведении соревнований, а профили использованы повторно в других конструкциях.



а



б

Рис. 1.3. а) табло рекламы б) трибуны стадиона

Разработана конструкция нескольких типоразмеров производственной тары из гнутых перфорированных профилей, которая позволяет механизировать и автоматизировать грузопотоки и упорядочить транспортные работы. Применение стандартной производственной тары позволит в зависимости от конкретных условий снизить удельный вес транспортно перемещающих операций в общих затратах труда с 15-20% до 5-10% [105]. Широкое применение перфорированные профили находят при изготовлении мебели, лабораторных столов и стендов, слесарных верстаков и др. (рис.1. 4).

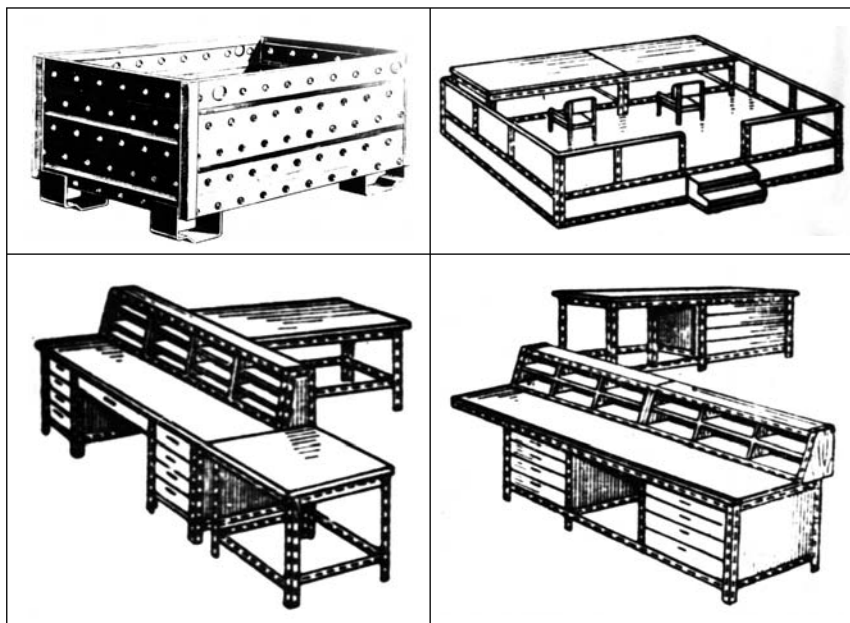


Рис. 1.4. Изделия из перфорированных профилей

Гнутые перфорированные профили изготавливаются двумя способами: методом профилирования и методом штамповки, между которыми имеется существенное различие [105].

Технология изготовления штампованных перфорированных профилей предусматривает выполнение ряда операций (резка листа на заготовки, пробивка отверстия, гибка заготовок в штампах на прессах), выполняемых на различном оборудовании, не связанном в единую технологическую линию с частичной механизацией и автоматизацией процесса.

При профилировании изготовление перфорированных гнутых профилей осуществляется на профилегибочных агрегатах, в линии которых могут устанавливаться быстроходные прессы или перфорационные валки для пробивки отверстий. Рулонная заготовка перфорируется, а затем профилируется в необходимый профиль неограниченной длины.

Современный технический уровень производства перфорированных профилей характеризуется созданием в широком внедрением нового перфорационного оборудования в несколько раз превосходящего по производительности, улучшению условий труда, снижению себестоимости и повышению качества готовой продукции.

К числу нерешенных проблем в рассматриваемой области следует отнести отсутствие рациональной технологии пробивки отверстий, высокоскоростного оборудования и инструмента, низкое качество продукции и стойкость инструмента, использование ручного труда.

Большое внимание, уделяемое в последние годы повышению производительности и эффективности участков по изготовлению перфорированных профилей выразилось в концентрации научных исследований и конструкторских разработок на создании и оснащении предприятий высокопроизводительным оборудованием, прогрессивной технологией, повышением стойкости и срока службы рабочего инструмента [105].

В первую очередь сказанное относится к технологии и оборудованию для пробивки отверстия полосового материала, требующих наиболее заметного технического перевооружения. При этом круг разработок, направленных на поиск эффективных конструкторско-технологических параметров, весьма ограничен. Поэтому разработке оптимальных конструкторско-технологических параметров пробивки отверстий в полосовом металле должен предшествовать анализ известных методов повышения эффективности перфорационного оборудования с учетом специфических особенностей, присущих исследуемому виду механической обработки металла.

Пробивка отверстий - одна из основных операций при производстве перфорированных гнутых профилей проката. Поэтому выбор наиболее рационального экономически целесообразного способа перфорации плоских заготовок или готовых профилей должен способствовать такой организации производства, которая обеспечила бы минимальные затраты на их изготовление и одновременно удовлетворяла бы требованиям технического прогресса.

Повышение производительности перфорации является основной технологической задачей, решаемой при совершенствовании процес-

сов перфорации полосового материала, поскольку позволяет повысить объемы производства перфорированных профилей без увеличения прессового парка, тем самым полнее удовлетворить потребность народного хозяйства в высокоэффективном прокате, а, следовательно, снизить себестоимость прокатной продукции.

Применяемые в производственной практике методы перфорации полосового материала зависят от свойств исходной заготовки, формы и размеров отверстий и профиля, требуемой точности изготовления отверстий, шага (модуля) перфорации, а также от объемов выпуска. Методы повышения производительности перфорации сводят, как правило, к замене используемого оборудования на более мощное и скоростное, что позволяет незначительно увеличить производительность, повысить качество и снизить себестоимость готовой продукции.

Перфорирование полосового металла можно осуществлять разнообразными методами, причем наибольшее распространение нашел способ пробивки отверстий в штампах на механических прессах простого действия и пресс-автоматах с нижним приводом. При помощи штампов на полосовом материале можно пробивать отверстия самой различной формы с высокой степенью точности. Подача полосового материала к штампу осуществляется вручную (с применением ловителей, упоров, шаговых ножей) и автоматически (при помощи валковых механизмов подачи).

При ручной подаче заготовок число ходов пресса используется лишь на 25-30 %, а в ряде случаев и менее. Поэтому автоматизация работ на прессе имеет большое значение, так как она позволяет в несколько раз увеличить производительность труда, а также обеспечивает полную безопасность работы.

Применение автоматических или полуавтоматических прессов позволяет почти полностью использовать число ходов пресса и увеличить производительность в 3-4 раза, однако эти способы эффективны, только для узких полос при малой (до 50 мм) величине подачи.

Двусторонний механизм валковой подачи допускает перемещения полосового материала до 50 м/мин и выше. Следует отметить, что на быстроходных прессах верхняя часть штампа совершает прямолинейное возвратно-поступательное движение, поэтому механизмы подачи полосы работают прерывисто, что ограничивает увеличение числа ходов этих прессов. За последние годы получили распространение быстроходные пресс-автоматы, работающие со скоростями до 1200-2000 ходов в минуту.

Более прогрессивной технологией изготовления перфорированных профилей является процесс на непрерывной линии. Особенностью

такой промышленной линии является расположение всего оборудования перфорационного пресс-автомата и профилегибочного стана в едином потоке, что обеспечивает максимальную механизацию всех производственных операций. Характерной особенностью промышленной линии является то, что перфорированные профили могут изготавливаться не только из рулонной полосовой заготовки, но и из отдельных полос.

Внедрение промышленной линии обеспечило по сравнению со штамповкой экономию металла на 8% снижение трудозатрат в 4,5 раза и себестоимости производства на 16,8%. Однако, производительность такой линии низкая до 25 тыс.т в год из-за малой линейной скорости перфорации полосы [105].

Заслуживает внимания установка отдельно стоящих агрегатов перфорации полосового металла [45]. Агрегат перфорации состоит из разматывателя, правильной машины, пресс-автомата и наматывателя, вынесенный из потока профилегибочного агрегата в отдельную линию. Он предназначен для пробивки отверстий на рулонной полосовой заготовке для перфорированных профилей. На агрегате перфорации рулонная полосовая заготовка, свернутая в рулон, разматывается, правится и перфорируется, а затем вновь сматывается в рулон и передается на профилегибочный агрегат для формовки необходимого перфорированного гнутого профиля. Необходимость выноса отдельно стоящего агрегата перфорации в отдельную линию обусловлена следующим. На существующих профилегибочных агрегатах скорости профилирования достигает 3 м/сек за счет механизации и автоматизации процесса от разматывания рулонов до укладки и упаковки готовых профилей. В то же время листоштамповочные пресс-автоматы имеют небольшие скорости перемещения, как отмечалось выше (0,4 м/сек). Поэтому установка такого пресс-автомата в линии профилегибочного агрегата хотя и обеспечила бы наилучший вариант технологического процесса, однако резко снизила бы производительность всего профилегибочного агрегата в целом.

Следовательно, в условиях металлургических заводов в цехах гнутых профилей пресс-автоматы целесообразно выносить из линии профилегибочного агрегата и устанавливать их в виде отдельно стоящих агрегатов перфорации. Выбор способа изготовления перфорированных гнутых профилей проката осуществляется на большинстве промышленных предприятий, на основании узковедомственного подхода, что влечет за собой большие потери металла, трудозатрат, снижение производительности, получение готовой продукции низкого качества.

Поэтому необходим выбор обоснованных критериев оценки оптимальности применения метода того или иного вида перфорации поло-

сового металла и разработка методики количественного и количественного определения этих критериев.

Задача разработки научных основ проектирования роликовых инструментов для различных методов перфорации полосового металла была рассмотрена Л.Ф.Токаревым и Г.Г.Иноземцевым [106]. Авторы решают задачу геометрической теории профилирования роликового перфорационного инструмента при одинаковых и разных линейных скоростях режущих роликов, при одновременном и последовательном врезании поперечных режущих зубьев в ленту, для окон различных размеров (по длине). Принципиальные положения теории профилирования и методика инженерного расчета проверены экспериментально в опытно-промышленном производстве. Однако, полученные авторами зависимости приемлемы для перфорации стальной полосы толщиной 0,1-0,25 мм.

Теоретическим и экспериментальным исследованиям процесса скорости перфорации в потоке профилегибочного стана посвящены работы Украинского научно-исследовательского института металлов [35- 41, 107 – 113]. В ряде исследований УкрНИИМета рассмотрены конструкции и кинематика перфорационного валкового оборудования только применительно к существующему профилегибочному оборудованию, что не будет способствовать снижению его массы и изготовления на нем необходимого сортамента перфорированных гнутых профилей для различных отраслей народного хозяйства в необходимых количествах и требуемого качества.

Конструкции валковых механизмов для перфорации полосового металла различаются [35- 41, 107 – 113] по следующим позициям.

1. По расположению: валки устанавливаются в потоке профилегибочного стана и могут перфорировать отверстия в полосовом металле с последующим его профилированием в гнутый профиль или после формовки на готовом профиле; валки устанавливаются вне стана как отдельно стоящий агрегат, который оборудован разматывающим устройством, правильной машиной и наматывающим устройством;
2. По характеру захода полосы в очаг деформации рабочих валков: с горизонтальный (прямым) заходом полосовой заготовки в очаг деформации валков, когда траектория движения полосы совпадает с осью профилирования; приогибании полосой валков матрицами (с криволинейным заходом полосы в очаг деформации) с помощью установки перед перфорационными валками специального направляющего ролика, благодаря которому заготовка отклоняется от оси профилирования, образуя угол наклона, обеспечи-

- вающие плотное прижатие полосы к валку с матрицами, создавая опору для пуансона во время его встречи с заготовкой;
3. По назначению: для перфорации (пробивки отверстия круглого, прямоугольного, овального или другой формы на полосовом металле или готовом профиле);
 4. По способу удержания полосы: со свободным заходом её в зону перфорации; с поддерживающими роликами [38].

Для разработки теоретических основ проектирования перфорационного валкового оборудования нами рассмотрены три основных способа подачи полосы в зону пробивки отверстий: горизонтально, с огибанием полосой валка с матрицами и безматричный.

1.2. Анализ современных тенденций в области оборудования и технологии перфорации полосового металла

На рис. 1. 5 приведена схема пробивки отверстий валковым методом. Пробивка выполняется между синхронно вращающимися цилиндрическими валками, поверхности которых содержат пуансоны (рис. 1.6) и матрицы. В зависимости от формы поверхности пуансона (как инструмента перфорации) в листовом материале образуются отверстия необходимой формы. Задача состоит в выборе такой формы поверхности пуансона, которая позволила бы пробить в листовом материале отверстие заданной формы.



Рис. 1. 5. Схема пробивки отверстий валковым методом

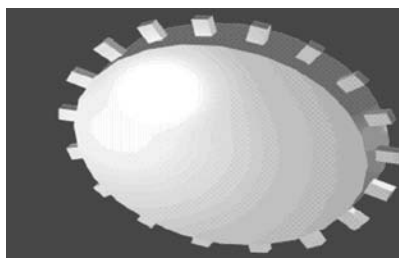


Рис. 1.6. Модель валка с пуансонами

В работах [116, 117] приводятся некоторые результаты исследований кинематики процесса перфорации в валках, а также конструкторско-технологические особенности и условия работы перфорационного инструмента. Определение диаметра перфорационных валков по выступающим рабочим кромкам пуансонов рекомендуется вычислять по формуле:

$$D = \frac{2 (\Delta \div S)}{1 - \cos \alpha}, \quad (1.1)$$

где Δ — глубина захода пуансона в матрицу,
 S — толщина полосы,
 α — угол захвата.

Однако формула (1.1) не учитывает всех параметров процесса, например, влияния и изменения в процессе вращения валков бокового зазора между пуансоном и матрицей, а также размеров самого пуансона, которые влияют на качество готовых профилей.

В работе [36] приводятся результаты целого комплекса исследований, посвященных просечке полосовых заготовок в валковых механизмах. Отмечается, что процесс разделения в валковых механизмах существенно отличается от разделения в штампах, при этом наблюдается строгая последовательность стадии собственно разделения, проталкивания и съема. В связи с этим расчет усилия операции производится по стадии, на которой оно является наибольшим — собственно разделения. Исходными данными для проектирования просечных валков являются шаг просечки, толщина просекаемого материала и техническая характеристика просечной валковой установки, включающей максимальный и минимальный диаметры валков, посадочный диаметр валков, максимальную длину бочки валков, расстояние между станинами клетки и максимальный крутящий момент на валах клетки. Предлагается следующий порядок расчета:

1) Ориентировочно определяется диаметр валков

$$D_6 = \frac{L}{\pi}, \quad (1.2)$$

где $L = t \cdot n$ — длина окружности валка,

t — шаг просечки,

n — число просечек, выполняемых за один оборот валка.

2) Производится выбор схемы просечки. Отмечается, что пуансоны должны выступать над окружностью валка на толщину полосы S .

3) Определяется величина опережения валка полосой, находящейся в зацеплении с пуансоном из условия, что профиль абсолютно жесткий, то есть не изгибается при соприкосновении с пуансоном и его внедрением в металл. Здесь следует отметить, что это условие не всегда выполняется, например, в случае если пробиваются отверстия не в жестком профиле, а в полосовой заготовке, которая может быть изогнута вокруг валка с матрицами.

4) Определяется расчетный шаг просечки на валке с учетом опережения.

5) Уточняется диаметр валков:

$$D_{расч} = \frac{L_{расч}}{\pi}, \quad (1.3)$$

где $L_{расч} = t_{расч} \cdot n$.

Результаты исследований данной работы приемлемы для определения параметров процесса просечки, который отличается от процесса перфорации.

В работе [112] приводятся некоторые результаты экспериментальных исследования определения глубины наклёпанного слоя, возникающего при пробивке отверстий в штампах на прессе и в валках, а также степени наклёпа при профилировании перфорированной полосы. В работе [37] приведены результаты экспериментальных исследований стойкости и характера износа инструмента при перфорации стальной полосы в потоке профилегибочного стана в зависимости от материала, скорости вращения, величины зазора. Показано, что стойкость инструмента из стали Х12М в 2 раза выше, чем из стали УЗА и в 1,5 раза выше, чем из стали 1Х15. С увеличением скорости вращения валков с 15 до 100 об/мин при относительном зазоре 20 % стойкость инструмента повышается на 12 %.

Сделан вывод о том, что важен оптимальный расчет инструмента, чем больше и сложнее форма пуансона и чем больше боковая поверхность пуансона, причастная к деформации. Кроме того, из-за относительной траектории инструмента в листе, толщина перфорируемого листа ограничивается. При толщинах листов более 4 мм, тангенциально действующие силы на пуансоны становятся настолько большими, что приводит к чрезмерному износу, вплоть до поломки инструмента. Скорости перфорирования ленты ограничиваются дополнительными устройствами, подающими, отрезными и штабелирующими устройствами.

Также сделан важный вывод о том, что процесс вращения валков с инструментом ведет к определенным отклонениям формы отверстий, на которые влияет форма инструмента. Однако, результаты этих исследований не учитывают взаимного влияния скорости перемещения полосовой заготовки и скорости вращения валков с инструментом.

В статье [42] приведены преимущества и недостатки процессов резания и пробивки. Рассмотрены: роль и влияние зазора между пуансоном и матрицей режущих штампов, частности — с твердосплавными секциями, влияние скорости резания на качество поверхности среза и на стойкость режущих кромок. Освещены вопросы влияния микрогеометрии режущих кромок. Однако, сам процесс перфорации в валковых механизмах принципиально отличается от процесса пер-

форации в обычных штампах. Основные различия между этими процессами следующие:

- 1) при перфорации в штампах на прессе заготовка неподвижна, а при перфорации в валках транспортируется вместе с непрерывно вращающимися пуансонами и матрицами;
- 2) рабочий инструмент при обычной штамповке перемещается поступательно с одинаковыми линейными скоростями во всех точках, а при перфорации в валках вращается с различными линейными скоростями;
- 3) контакт между рабочим инструментом и заготовкой при перфорации в обычных штампах, в основном, происходит всей торцевой плоскостью режущей кромки пуансона и матрицы, при перфорации в валках рабочий инструмент соприкасается с полосой в отдельных точках.

На международной конференции FabTeh в 1984 г. в США фирма Locformer представила конструкцию современного профилегибочного агрегата с комбинированными процессами, совмещающими в одном потоке с профилированием перфорацию, надрезку полосы, завивку спрофилированного профиля в кольцо и подрезку его. Проведенный анализ теоретических и технологических основ процесса перфорации полосового металла перфорационных устройств показал, что наиболее прогрессивным, высокопроизводительным, требующим минимального количества обслуживающего персонала и энергозатрат является валковая перфорация, устанавливаемая в едином потоке профилегибочного агрегата, но она мало исследована, так как существующие математические основы расчета и особенности кинематики основного рабочего инструмента и определение энергосиловых параметров несовершенны и требуют исследований.

Обзор схем перфорации проведен на основе работ В.В.Клепанды, Г. К. Крыжного, Г. Р. Хейфеца, И. П. Шулаева, В. И. Федосенка и др [36 – 40, 105 – 113, 116 – 117]. На рис. 1.7 представлен чертеж схемы работы перфорационной клетки с направляющими роликами.

На рис. 1.8 а и 1.8 б приведены две схемы перфорации, используемые на практике, и которые следуют из чертежа на рис. 1.7. Выбор схем зависит от положения (по высоте) направляющих роликов. Для первой схемы (рис. 1.8а) характерна прямолинейная форма перфорируемого листового материала, который проходит между двумя валками с пуансонами и матрицами. Для второй схемы (рис. 1.8 б) характерна криволинейная форма перфорируемого листового материала, который прижимается к валку с матрицами.

На рис. 1. 9 и 1. 10 приведены различные ракурсы рабочей клетки механизма валковой перфорации.

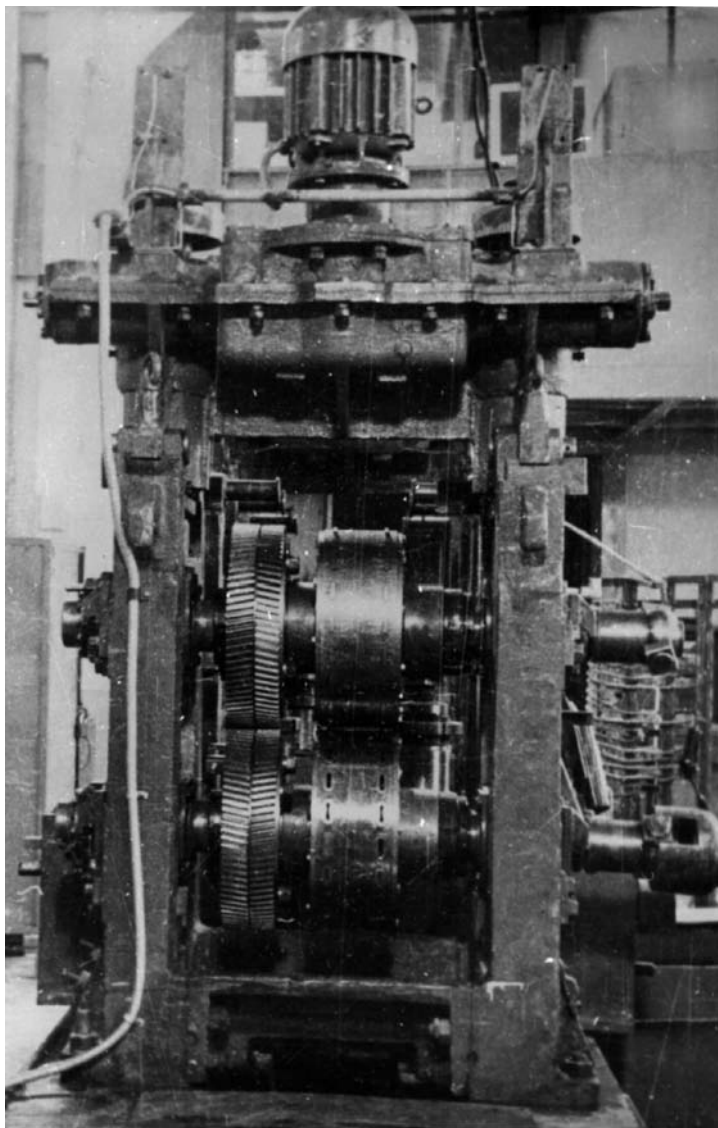


Рис. 1.9. Рабочая клетка механизма валковой перфорации

Формализуя вышеизложенное, можно предложить метод исследования формы пуансона, основанный на его формообразовании при помощи отверстия, которое пуансон должен пробить.

Предположим, что валок с пуансоном связан с неподвижной системой координат Oxy , а листовая материал с отверстием предполагаемой формы вместе с подвижной системой координат $O'X'Y'$ совершает процесс обкатки по одной из выбранных схем (рис. 1. 11).

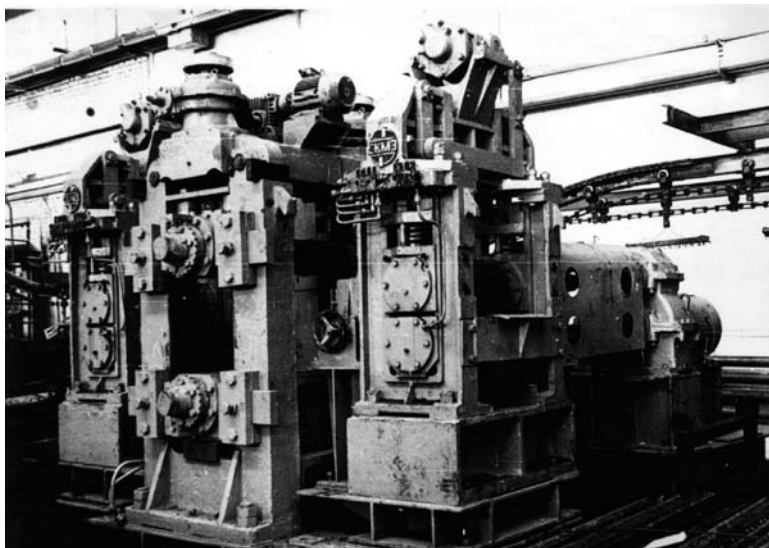


Рис. 1. 10. Рабочая перфорационная клеть с приводными роликами

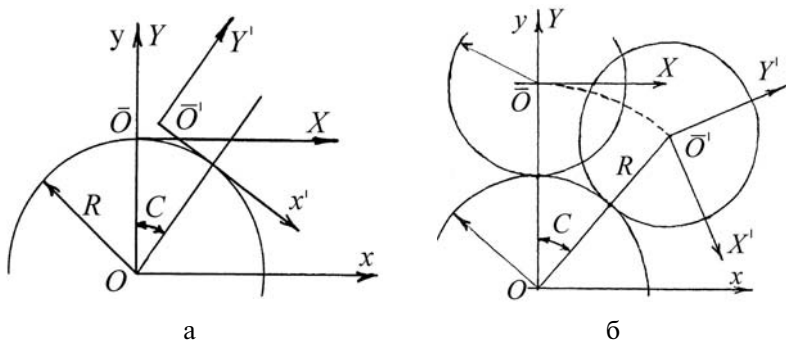


Рис. 1. 11. Системы координат
а) для схемы перфорации № 1 б) для схемы перфорации № 2

Формулы связи между системами координат в зависимости от схемы обкатки имеют вид: для схемы № 1

$$\begin{aligned} X &= x \cos C - y \sin C + CR; \\ Y &= x \sin C + y \cos C - R \end{aligned} \quad (1.4)$$

для схемы № 2

$$\begin{aligned} X &= x \cos 2C - y \sin 2C + R \sin C; \\ Y &= x \sin 2C + y \cos 2C - R \cos C. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Форму сечения пуансона (в плоскости рисунка) будем определять как огибающую параметрического семейства сечения отверстия предполагаемой формы, где параметром служит величина угла C . На рис. 1.12 приведены элементы соответствующего параметрического семейства.

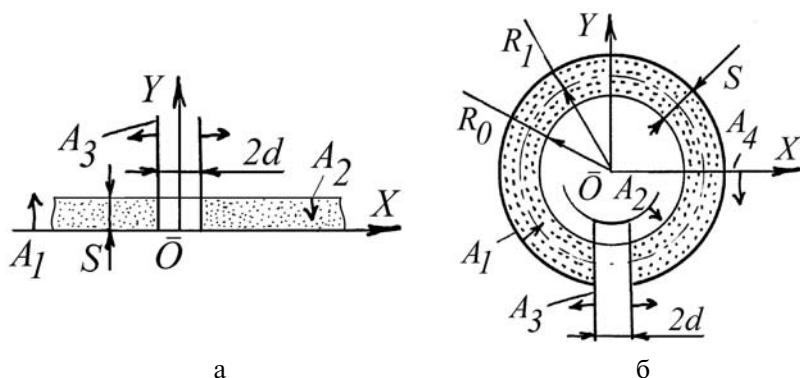


Рис. 1.12. Элемент параметрического семейства
а) для схемы перфорации № 1; б) для схемы перфорации № 2

При помощи R-функций составим уравнение семейств: для схемы № 1

$$F(X, Y) = F_1 \wedge F_2 \wedge F_3, \quad (1.16)$$

где $F_1 = Y$; $F_2 = S - Y$; $F_3 = X^2 - d^2$, \wedge — знак R — конъюнкции,

и для схемы № 2

$$F(X, Y) = F_1 \wedge F_2 \wedge F_3 \wedge F_4, \quad (1.17)$$

где $F_1 = (R_0 + S)^2 - X^2 - Y^2$;

$F_2 = -(R_0 - S)^2 + X^2 + Y^2$; $F_3 = X^2 - d^2$; $F_4 = -Y$.

Итак, теоретическая форма сечения пуансона (в плоскости рисунка) будет совпадать с огибающей параметрического семейства линий

$$f(x, y, C) \equiv F(x \cos C - y \sin C + CR, x \sin C + y \cos C - R) = 0 \quad (1.18)$$

либо

$$\begin{aligned} f(x, y, C) \equiv F(x \cos 2C - y \sin 2C + R \sin C, \\ x \sin 2C + y \cos 2C - R \cos C) = 0 \end{aligned} \quad (1.19)$$

соответственно, для схем № 1 и № 2, где $F(X, Y) = 0$ — уравнение соответствующего элемента параметрического семейства.

1.3. Нахождение огибающей параметрического семейства кривых как основа геометрического моделирования перфорации в валках

Теория огибающих параметрических семейств кривых занимает центральное место в алгоритмах решения многих реальных инженерно-технических задач. В первую очередь это относится к задачам профилирования машиностроительных изделий, где соответствующие поверхности деталей образуются в результате перемещения на плоскости (или в пространстве) заданного элемента параметрического семейства. Как следствие такого кинематического формообразования, на плоскости «возникает» некоторая линия — огибающая мгновенных положений элементов этого семейства (т. е. профиль детали). Эффективность решения «в целом» большого класса подобных задач в значительной степени зависит от метода нахождения огибающей.

Классические схемы нахождения огибающих хорошо изучены [3, 9, 11, 29]. Однако здесь «по умолчанию» принимаются предположения, которые затрудняют использование этих схем на практике. Прежде чем перечислить эти ограничения, остановимся на некоторых вопросах теории.

Пусть $F(x, y, C) = 0$ — уравнение однопараметрического семейства кривых $\{L_\infty\}$. Если M — текущая точка кривой L_0 , то через эту точку проходит, касаясь L_0 , некоторая кривая семейства $\{L_\infty\}$, соответствующая определенному значению параметра C , и наоборот, каждой кривой семейства $\{L_\infty\}$ (т. е. каждому значению параметра C), соответствует некоторая точка кривой L_0 , в которой элемент семейства касается L_0 . Следовательно, координаты текущей точки $M \in L_0$ можно представить некоторыми функциями параметра C : $x = x(C)$; $y = y(C)$. Подставляя эти функции в уравнение $F(x, y, C) = 0$, получим тождество $F(x(C), y(C), C) = 0$. Дифференцируя его, найдем

$$F'_x x'_c + F'_y y'_c + F'_c = 0 \quad (1.20)$$

Поскольку элемент семейства и огибающая L_0 имеют общую касательную в точке M , то их угловые коэффициенты совпадают

$$\frac{y'_c}{x'_c} = -\frac{F'_c}{F'_y} \quad (1.21)$$

(полагаем, что соответствующие производные одновременно не обращаются в нуль). Подставляя (1.21) в (1.20), приходим к соотношению

$$F'(x, y, C) = 0.$$

Следовательно, если семейство допускает огибающую L_0 в не особых точках кривых $\{L_\infty\}$, то координаты таких точек будут одновременно удовлетворять двум уравнениям

$$\begin{aligned} F(x, y, C) &= 0; \\ F'_c(x, y, C) &= 0 \end{aligned} \quad (1.22)$$

Однако, обратное не справедливо. Действительно, если исключить параметр C из уравнений (1.22), то получим некоторую кривую L_0^* : $w(x, y) = 0$, которая не всегда является огибающей семейства $\{L_\infty\}$.

Пусть каждая кривая семейства имеет особую точку M . В этой точке одновременно имеют место равенства $F'_x = 0$ и $F'_y = 0$ [29].

Поскольку текущая точка \tilde{M} кривой L_0 определяется значением параметра C , то ее координаты можно представить функциями этого параметра: $x = x(C)$, $y = y(C)$. Подставляя эти значения в уравнение $F(x, y, C) = 0$, получим тождество

$$F(\tilde{x}(C), \tilde{y}(C), C) = 0.$$

Продифференцировав его по C , получим

$$F'_x \tilde{x}'_C + F'_y \tilde{y}'_C + F'_c = 0.$$

Если учесть, что $F'_x = 0$ и $F'_y = 0$, то получим $F'_c(x, y, C) = 0$. Итак, если семейство кривых $\{L_\infty\}$ имеет множество особых точек, то координаты этих точек (являющиеся функциями параметра C), одновременно удовлетворяют системе уравнений (1.22). Следовательно, системе уравнений (1.22) удовлетворяют не только координаты точек огибающей, но и координаты особых точек кривых.

На основе вышеизложенного можно перечислить основные предположения, принимаемые «по умолчанию» в теоретических исследованиях в области огибающих: рассматриваемые функции дифференцируемы нужное количество раз; из системы уравнений (1.22) всегда можно исключить параметр; пределы изменения параметра семейства неоговорены.

Однако, для реальных задач эти теоретические предположения не всегда приемлемы. А именно, функция F , входящая в описание семейства, как правило, не дифференцируема, система уравнений (1.22) аналитически не разрешима, а параметр C изменяется в заранее оговоренных пределах.

В частности, все это касается и описания результата кинематического формообразования. Этот процесс характеризуется тем, что геометрическая форма огибающей получается в результате движения (для определенности — по плоскости) некоторой фигуры L , рассматриваемой как «твердое тело». Семейство кривых $\{L_\infty\}$ здесь образуют мгновенные положения контурной линии ∂L фигуры L . В общем случае результирующая кривая L_0^* состоит из фрагментов элементов семейства, соответствующих конечным значениям параметра, а также кривой, появление которой обусловлено перемещением фигуры L .

Геометрически кривая L_0^* представляет собой границу фигуры, полученной в результате «заметания» точек плоскости при перемещении фигуры L . Фрагменты кривой L_0^* могут составлять как точки классической огибающей, так и особые точки. Выше показано, что координаты этих точек удовлетворяют системе уравнений (1.22), т. е. они математически не различимы.

Итак, общая теоретическая схема описания результата кинематического формообразования состоит в следующем. Необходимо: а) в декартовой системе координат Oxy описать реальный процесс профилирования при помощи уравнения $F(x, y, C) = 0$ с параметром C ; б) найти производную по параметру $F'_C(x, y, C) = 0$; в) исключить параметр C из системы уравнений $F = 0, F'_C = 0$.

В результате должны получить аналитическое описание огибающей, полученной в результате кинематического формообразования.

На практике существует достаточно много методов приближенного решения системы (1.22). Нами исследовался метод скорейшего спуска — как наиболее общий метод, характеризующийся неизбежной сходимостью к точному решению [8].

Метод скорейшего спуска служит для нахождения значений x и y , при которых заданная функция $\varphi(x, y)$ принимает минимальное значение. Поэтому задача отыскания решения системы уравнений (1.22)

сводится к указанной задаче. При этом рассматривают, например, такую функцию

$$\Phi(x, y) = (F(x, y, C))^2 + (F'(x, y, C))^2, \quad (1.23)$$

где функции F и F'_C представлены системой уравнений (1.22). Эта функция, очевидно, принимает минимальное значение (в данном случае равное нулю) при тех значениях аргументов, которые удовлетворяют системе (1.22). Вычисления в методе скорейшего спуска сводятся к построению последовательности групп чисел (x_k, y_k) ($k = 2, 3, \dots$) исходя из группы (x_p, y_p) , представляющую собой координаты «начальной» точки, расположенной по возможности ближе к какому-нибудь из решений системы (1.33). При фиксированном значении параметра C вычисления производятся по формулам

$$x_{k+1} = x_k - \lambda_k \Phi'_x(x_k, y_k); \quad (1.24)$$

$$y_{k+1} = y_k - \lambda_k \Phi'_y(x_k, y_k);$$

$$\text{где } \lambda_k = \frac{\Phi(x_k, y_k)}{[\Phi'_x(x_k, y_k)]^2 + [\Phi'_y(x_k, y_k)]^2} > 0.$$

Для проверки условия сходимости вычислительного процесса используется следующий критерий: процесс итераций сходится, если сумма модулей элементов каждого столбца или каждой строки матрицы

$$\begin{pmatrix} A'_x & A'_y \\ B'_x & B'_y \end{pmatrix}$$

меньше единицы. Здесь через A и B обозначены правые части формул (1.24). При этом значения производных необходимо проверять в окрестности предполагаемого решения системы (1.22) для каждого из фиксированных значений C . Заметим, что последнее требование плохо формализуемо.

Однако, опыт работы с указанным алгоритмом выявил следующие основные неудобства итерационного метода. При работе с методом необходимо: выбирать начальное приближение (x_p, y_p) для каждого из фиксированных значений параметра C ; осуществлять контроль за «направлением сходимости» процесса (при этом «магнитами» могут являться

координаты точек, принадлежащие другим множествам особых точек); находить аналитические выражения для производных функций.

Последнее замечание можно снять, если использовать формулы численного дифференцирования. Однако при этом резко возрастает сложность алгоритма и вероятность появления неприемлемого для алгоритма «контрпримера».

Но основной особенностью рассмотренных исследований есть то, что они позволяют находить огибающую (дискриминанту) преимущественно либо в виде параметрических уравнений $x = \varphi(C)$, $y = \psi(C)$ (аналитически точные методы), либо в виде массива координат точек, «приближенно» принадлежащих огибающей (приближенные методы).

Рассмотрим типичный пример получения параметрического описания огибающей, представляющего интерес для задач кинематического формообразования.

Пример. Окружность радиуса r катится без скольжения по внешней стороне окружности радиуса R (рис. 1.13). Найти огибающую семейства прямых, образованного фиксированной касательной к первой окружности.

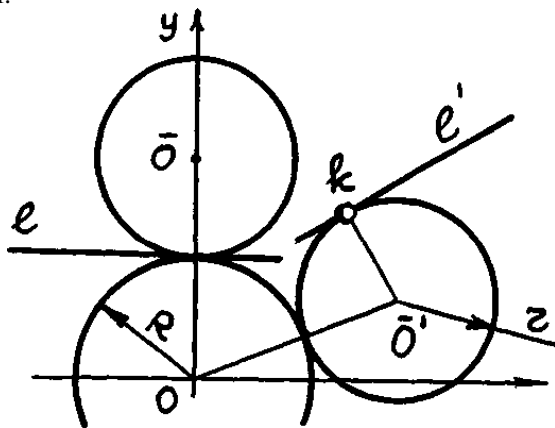


Рис. 1.13. Схема качения окружности по окружности

Решение. Запишем уравнение эписцилоиды, полученной в результате движения точки k .

$$\begin{aligned}\bar{x} &= (R+r) \sin \frac{r}{R} C - r \sin \frac{r+R}{R} C; \\ \bar{y} &= (R+r) \cos \frac{r}{R} C - r \cos \frac{r+R}{R} C.\end{aligned}\tag{1.25}$$

Уравнение касательной l' к катящейся окружности в текущей точке $K'(\bar{x}, \bar{y})$ эписциклоиды запишется уравнением

$$y - \bar{y} = -(x - \bar{x}) \operatorname{tg} \frac{r+R}{R} C.$$

Отсюда, уравнение параметрического семейства имеет вид

$$x \sin \frac{r+R}{R} C + y \cos \frac{r+R}{R} C + r - (r+R) \cos C = 0. \quad (1.26)$$

Дифференцируя это уравнение по параметру C , получим

$$\frac{r+R}{R} x \cos \frac{r+R}{R} C - \frac{r+R}{R} y \sin \frac{r+R}{R} C + (r+R) \sin C = 0. \quad (1.27)$$

Из уравнений (1.26) и (1.27) находим описание огибающей в параметрическом виде

$$\begin{aligned} x &= R \sin \frac{r}{R} C - 2r \sin \frac{r+R}{R} C \sin^2 \frac{C}{2}; \\ y &= R \cos \frac{r}{R} C - 2r \cos \frac{r+R}{R} C \sin^2 \frac{C}{2}. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Приведенный пример показывает, что даже в тривиальном случае кинематического формообразования возникает проблема дифференцирования функции (1.26) и решение получится в параметрическом виде (1.28).

Однако, на практике существуют задачи, для составления алгоритма решения которых принципиальным является требование раздела точек плоскости (или пространства) на два класса, которые оказались бы разграниченными найденной огибающей. Вопрос идентификации легко решается в случае, когда линия задана уравнением в неявном виде $F(x, y)$. Отсюда понятно стремление описать огибающую (т. е. профиль детали) уравнением в неявном виде.

Важнейшим инженерным вопросом является расчет физических полей, возникающих в проектируемом изделии в процессе его эксплуатации (силовых, тепловых и т. п.). Как известно [83], информацию о распределении поля в детали предоставляет анализ решения соответствующей краевой задачи математической физики. Поверхности многих машиностроительных изделий формируются в результате кинематического формообразования, т. е. путем снятия слоя материала с помощью режущего инструмента. При этом процесс формообразования следует трактовать как нахождение огибающей семейства, элементы которого совпадают с мгновенными положениями активной

части инструмента. Поэтому следует стремиться к предоставлению огибающей уравнением в неявном виде.

Кратко напомним [83] постановку задачи об определении упруго-напряженного состояния детали, ограниченной огибающей некоторого семейства. Задачи теории упругости формулируются, как правило, в виде некоторой системы дифференциальных уравнений, сопровождаемых краевыми условиями: в некоторой области Ω найти решение уравнения $Au = f$, удовлетворяющего на границе $\partial\Omega$ краевым условиям $Bu|_{\partial\Omega_i} = \varphi_i$, где $\partial\Omega_i$ – покрытие границы $\partial\Omega$.

В формулировке краевой задачи участвуют два вида компонент – аналитические (функции f , φ_i и операторы A и B) и геометрические (область Ω , участки ее границы $\partial\Omega : (1, n)$). Эффективность метода решения краевой задачи зависит от степени формализации связи и использование аналитических и геометрических компонент задачи. Универсальный характер для задач теории упругости имеют разностные, вариационно-разностные (метод конечных элементов) и вариационные методы. Основные трудности применения вариационных методов связаны с построением координатных последовательностей для областей со сложной границей. Эту трудность, бывшую до недавнего времени основной помехой в широком использовании вариационных методов, удастся принципиально устранить с помощью R-функций. В области Ω , занимаемой телом детали (поверхность которой получена в результате кинематического формообразования) необходимо найти такую вектор-функцию $u(x, y, z)$, чтобы она удовлетворяла уравнению Ляме

$$(\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} U(x, y, z) + G \Delta u(x, y, z) = 0.$$

Краевые условия и смысл величин, входящих в это уравнение, приведены в [83]. Для выявления геометрического компонента этой задачи важно то, что она допускает вариационную переформулировку. А именно, решение этой задачи заменяется нахождением некоторой функции, минимизирующей функционал J , соответствующий данной краевой задаче

$$J = \iiint_{\Omega} A dx dy dz - \iint_S (X_v u + Y_v v + Z_v w) dS,$$

где интегрирование производится по области Ω , занимаемой телом изделия, а также по поверхности S пятна контакта нагрузки. Не останавливаясь на смысле величин, входящих в функционал (по поводу этого см. [108]), подчеркнем главное, для решения задачи об упруго-деформированном состоянии машиностроительного изделия метода-

ми теории упругости необходимо располагать описанием области Ω и ее границы S в легко «идентифицируемом» виде.

Иначе говоря, описание должно позволить формально решить вопрос о принадлежности области Ω некоторой пробной точки пространства. Это необходимо для составления алгоритма вычисления тройных интегралов.

Наиболее просто это осуществить, если изделие описано в виде неравенства $\Omega: f(x, y, z) \geq 0$. Действительно, принадлежащие изделию узловые точки легко обнаружить, если исследовать знак функции f в пробной узловой точке. Заметим, что если бы поверхность изделия была бы описана в параметрическом виде $x = \varphi(u, v)$; $y = \psi(u, v)$; $z = \eta(u, v)$, то не удалось бы так просто осуществить классификацию узловых точек параллелепипеда.

Однако случай равноотстоящих узлов не всегда удобен в вычислительном плане. Исследования показывают, что в этом случае необходима система неравноотстоящих узлов. При этом у границы изделия узлы должны располагаться гуще. Густота узлов по мере удаления от границы должна понижаться. Это вызвано тем, что упруго-деформирующие факторы проявляются, как правило, на границе изделия. Значение функции f , входящей в описание области Ω , можно принять в качестве "близости" к границе $\partial\Omega$. Действительно, значение функции $f(x_D, y_D)$ равно нулю, если точка $D(x_D, y_D) \in \partial\Omega$, и приближенно равно расстоянию от точки $D(x_D, y_D)$ до границы $\partial\Omega$, если $D(x_D, y_D) \in \Omega$. В этом видится основное преимущество описания изделия при помощи уравнения в неявном виде.

1.4. Обзор методов описания огибающих параметрических семейств кривых на плоскости уравнениями в неявном виде

Существуют задачи, для которых представляется не удобным составление описание огибающей в параметрическом виде при составлении алгоритма их решения. Речь идет о задачах, для которых принципиальным является требование раздела точек плоскости (или пространства) на два класса, которые оказались бы разграниченными огибающей. В частности, при профилировании некоторой машиностроительной детали алгоритм должен суметь "распознавать" фрагмент плоскости, ограниченный огибающей.

Это необходимо для автоматического размещения узлов в телах деталей, которые проектируются, при исследованиях распределения физических полей в телах деталей. В частности, структурный метод Рвачева В.Л. предполагает описание контура детали уравнением вида

$w(z, y) = 0$. При этом предполагается, что производные функции w можно находить в замкнутом виде [83]. Иначе говоря, предполагается использование выражений для производных функции. Поэтому функцию w необходимо получить в аналитически компактном виде.

Все это указывает на актуальность исследований в области описания огибающей уравнением в неявном виде. При этом к методу нахождения огибающей следует предъявить ряд основных требований. В частности, метод должен позволять описывать огибающую параметрического семейства негладких кривых, заданного уравнением $F = 0$ с недифференцируемой функцией F .

Реализация метода должна осуществляться: без использования производных функции F ; уравнением в неявном виде; уравнением в аналитически компактном виде; с учетом границ изменения параметра семейства. Обзор методов определения огибающей проведен на основе работ А.Н.Подкорытова, Л.Н.Куценко, А.Ф.Кириченко, И.Б.Шелиховой, А.Самны [30 – 33, 59 – 60, 80, 81, 102].

Пусть в системе координат OXY имеем уравнение $F(X, Y) = 0$ фигуры W , которая движется по плоскости oxy согласно закону, описанного уравнениями $X = X(x, y, C)$; $Y = Y(x, y, C)$. Тогда

$$f(x, y, C) \equiv F(X(x, y, C), Y(x, y, C)) = 0 \quad (1.29)$$

будет уравнением семейства фигур $\{W\}$, элементы которого составляют мгновенные положения фигуры W в процессе ее движения. Для определения огибающей, как результата движения фигуры W по плоскости, необходимо исключить параметр C из системы уравнений вида

$$f(x, y, C) = 0; \quad \frac{\partial f(x, y, C)}{\partial C} = 0 \quad (1.30)$$

что на практике составляет самостоятельную проблему и не приемлемо в случае, когда элементы семейства содержат угловые точки (тогда вместо огибающей необходимо изучать дискриминанту семейства).

В п.1.3 показано, что классический метод нахождения огибающих имеет следующие особенности: решение получается в параметрическом виде; в элементах семейств исключаются «угловые» точки; по умолчанию предполагается, что $-\infty \leq C \leq \infty$.

Но на практике необходимо (можно и приближенное) уравнение огибающей параметрического семейства, полученное в неявном виде $\Phi(x, y) = 0$. Существующие методы приближенного описания огибающей уравнением в неявном виде, как правило, опираются на R-функции [83].

1. Метод Кириченко А.Ф. [30] состоит в том, что огибающую сначала находят путем графических построений (например, графической обкаткой). Далее участки огибающей аппроксимируют отрезками пря-

мых и дугами окружностей. Этим задают ряд описаний опорных областей для области, ограниченной огибающей. Описания опорных областей задаются уравнениями в неявном виде. При помощи функций, входящих в эти описания, а также при помощи R-функций строят уравнение огибающей. Недостаток этого графо-аналитического подхода очевиден – присутствие субъективного фактора при графической обкатке, а также при графической аппроксимации. Это ведет к низкой точности метода, а также к сложности его алгоритмической реализации.

2. Метод Кириченко А.Ф. и Клименко В.Г. состоит в использовании теоремы, доказанной в [33]: огибающая для R-функций совпадает с R-функцией от огибающих. Иными словами, это можно объяснить так. Пусть элемент параметрического семейства состоит из фрагментов кривых и известна последовательность R-функций, при помощи которых описывается этот элемент семейства. Тогда огибающую этого семейства кривых можно описать при помощи той же самой последовательности R-функций, оперирующими с огибающими каждого из фрагмента элемента семейства. Этот метод эффективен тогда, когда можно найти огибающую каждого из фрагментов элемента семейства.

3. Метод Гольдфарба В.И. [25] предполагает построение функционала специального вида, в который входит описание параметрического семейства. Огибающую будут составлять точки, в которых этот функционал достигает экстремального (как правило – минимального) значения. Экстремум функционала находят приближенно, для каждого из значений параметра семейства. При этом для высокой точности описания огибающей необходима высокая степень дискретности интервала изменения параметра. Описать огибающую в аналитическом виде здесь получить практически трудно.

4. Метод Кириченко А.Ф. и Куценко Л.Н. [31] состоит в приближенном описании огибающей при помощи R-дизъюнкции, оперирующими с описаниями мгновенных положений элементов семейства на заданном интервале изменения параметра. Рассмотрен приближенный метод описания огибающей семейства кривых при помощи R-дизъюнкций

$$\Phi_n(x, y) \equiv \bigvee_{i=0}^n f\left(x, y, \frac{(n-i)a + bi}{n}\right) = 0, \quad (1.31)$$

где $a < b$ – границы изменения параметра C , \bigvee – знак R-дизъюнкции.

Очевидный недостаток формулы (1.31) заключается в ее громоздкости, поскольку она состоит из n штук R-дизъюнкций, соединяющих описания $n+1$ элемента исходного семейства. Для достижения высокой точности описания значение n в формуле (1.29) необходимо

выбрать достаточно большим (порядка нескольких десятков), в результате чего потеряются все преимущества аналитического описания огибающей уравнением в неявном виде. Положительным качеством этого метода является его универсальность — он применим к любым семействам, описывающим реальное формообразование. Недостаток — необходимость большой дискретизации интервала изменения параметра для достижения высокой точности описания.

5. Метод Куценко Л.Н. [54 - 57] состоит в описании огибающей как проекции на плоскость некоторого тела, описанного в пространстве параметров при помощи уравнения параметрического семейства. Проанализирован метод составления уравнения в виде $\Phi(x, y) = 0$ огибающей (дискриминанты) семейства фигур $\{W\}$, основанного на применении n — местной R-дизъюнкции В.Л.Рвачова [83]. Для n положений фигуры W ее огибающую (дискриминанту) приближенно можно описать в виде

$$\Phi(x, y) \equiv \sum_{i=0}^n f_i(f_i + |f_i|) + \prod_{i=0}^{i=n} f_i(|f_i| + f_i) = 0, \quad (1.32)$$

где $f_i = f\left(x, y, \frac{(n-i)a + bi}{n}\right)$, а границами изменения параметра есть $a < C < b$. В работе [32] показано, что описание огибающей при помощи формулы (1.32) при больших n может привести к потере устойчивости вычислений.

В таблице 1.1 приведены некоторые характеристики упомянутых методов приближенного описания огибающей уравнением в неявном виде.

Таблица 1.1.

№ п/п	Характеристика метода	Номер метода				
		1	2	3	4	5
1.	Требование дифференцируемости функции, входящей в описание семейства	-	+	-	-	-
2.	Влияние сложности геометрической формы элемента семейства	+	+	-	-	-
3.	Удобство алгоритмической реализации	-	-	-	+	+
4.	Условное время счета на ЭВМ (тестовый пример)	2	1	10	10	3
5.	Возможность оценки точности вычислений	-	+	-	+	+
6.	Возможность обобщения на многомерный случай	-	+	+	+	+
7.	Влияние на результат описания субъективного фактора	+	+	-	-	-

В данной работе предполагается разработать рациональные компьютерных программ профилирования машиностроительных изделий применительно к профилированию пуансонов для перфорации в валках.

В качестве примера приведем программу определения огибающей семейства окружностей с центрами на отрезке оси Ox [Cmin, Cmax], основанную на формуле (1.31). На рис. 1.14 приведен пример выполнения программы.

```

n := 10: Cmin := 0: Cmax := 3:
o := (a,b) -> (a + b + abs(a - b))/2:
f := (x,y,C) -> 1 - sqrt((x - C)^2 + y^2):
F := -1:
for i from 0 to n do
C := ((n - i)*Cmin + i*Cmax)/n;
f2 := o(f(x,y,C), F):
F := f2:
end do:
implicitplot(F, x=-1.5..4.5, y=-1.5..1.5,
grid=[25,25], axes=BOXED, scaling=constrained,
thickness=2, axesfont=[TIMES,ITALIC,18]);

```

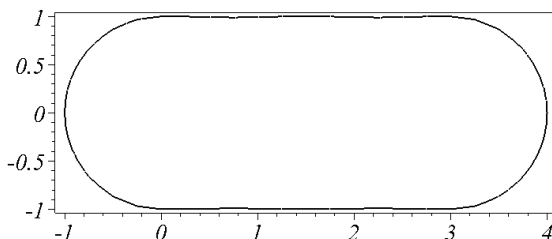


Рис. 1.14. Огибающая семейства окружностей.

Также приведем программу определения огибающей семейства окружностей, основанную на формуле (1.32). На рис. 1.15 приведен пример выполнения программы. Видим, что функция в формуле (1.30) принимает не нулевые значения лишь в точках «следа» семейства окружностей.

```

n := 5: Cmin := 0: Cmax := 2:
C := ((n - i)*Cmin + i*Cmax)/n;

```

$$C := \frac{2i}{5}$$

```

f := 1 - (x - C)^2 - y^2;

```

$$f := 1 - \left(x - \frac{2i}{5}\right)^2 - y^2$$

```

F := (x,y) -> add(f*(f + abs(f)), i=0..n) +
              mul( f*(abs(f) + f), i=0..n );

F := (x,y) -> add(f*(f+|f|), i=0..n) + mul(f*(f+|f|), i=0..n)
implicitplot(F(x,y), x=-1.5..3.5, y=-1.5..1.5,
  grid=[50,50], axes=BOXED, scaling=constrained,
  thickness=2, axesfont=[TIMES,ITALIC,18]);

```

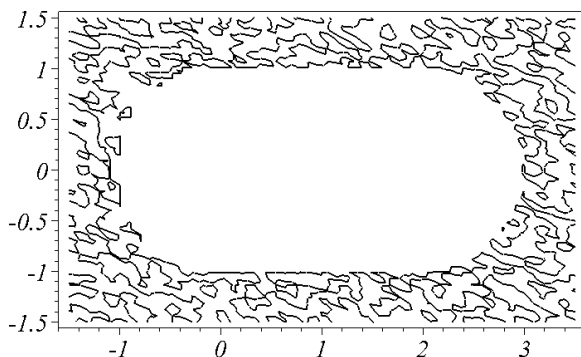


Рис. 1.15. Огибающая семейства окружностей.

Приведем более удачную (по быстродействию) версию программы определения огибающей семейства окружностей

```

n := 5: Cmin := 0: Cmax := 3:
C := ((n - i)*Cmin + i*Cmax)/n;
      
$$C := \frac{3i}{5}$$

f := i -> 1 - (x - C)^2 - y^2;
      
$$f := i \rightarrow 1 - (x - C)^2 - y^2$$

F := (x,y) -> sum(f(i)*(f(i) + abs(f(i))), i=0..n) +
  product( f(i)*(f(i) + abs(f(i))), i=0..n );
F := (x,y) -> \left( \sum_{i=0}^n f(i) (f(i) + |f(i)|) \right) + \left( \prod_{i=0}^n f(i) (f(i) + |f(i)|) \right)
implicitplot(F(x,y), x=-1.5..3.5, y=-1.5..1.5,
  grid=[25,25], axes=BOXED, scaling=constrained,
  thickness=2, axesfont=[TIMES,ITALIC,18]);

```

Выводы к разделу 1

1. Прогрессивной технологией изготовления перфорированных профилей является процесс на непрерывной линии. Особенностью промышленной линии является то, что перфорированные профили могут изготавливаться не только из рулонной полосовой заготовки, но и из отдельных полос.
2. Пробивка отверстий валковым методом выполняется между синхронно вращающимися цилиндрическими валками, поверхности которых содержат пуансоны и матрицы. В зависимости от формы поверхности пуансона (как инструмента перфорации) в листовом материале образуются отверстия необходимой формы.
3. При разработке теоретических основ проектирования перфорационного валкового оборудования рассматривают три основных способа подачи полосы в зону пробивки отверстий: горизонтально, с огибанием полосой вала с матрицами и безматричный. Первый вариант перфорации назван схемой №1, второй и третий – схемой № 2.
4. Теоретическая форма сечения пуансона (в плоскости рисунка) будет совпадать с огибающей параметрического семейства линий, составленного при помощи уравнения контура сечения пробиваемого отверстия, а также формул связи между подвижной и неподвижной системами координат, соответствующих конкретной схеме перфорации.
5. При исследовании огибающих обычно «по умолчанию» принимаются следующие предположения: функции в описании семейства дифференцируемы нужное количество раз; из соответствующей системы уравнений всегда можно исключить параметр; пределы изменения параметра семейства неоговорены.
6. Для решения некоторых задач принципиальным является требование раздела точек плоскости (или пространства) на два класса, которые оказались бы разграниченными найденной огибающей.
7. При профилировании машиностроительной детали алгоритм должен суметь «распознавать» фрагмент пространства, ограниченный огибающей. Это необходимо для автоматического размещения узлов в телах деталей, которые проектируются, при исследованиях распределения физических полей в телах деталей.
8. Все это указывает на актуальность описания огибающей уравнением в неявном виде. При этом к методу нахождения огибающей

следует предъявить ряд основных требований. Реализация метода должна осуществляться: без использования производных функции, входящей в описание семейства негладких кривых; в результате должно получиться уравнение в неявном и в аналитически компактном виде; при этом должны учитываться границы изменения параметра семейства.

РАЗДЕЛ 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОГИБАЮЩЕЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СЕМЕЙСТВА

2.1. Приближенное уравнение огибающей семейства кривых, моделирующих формообразование объектов на плоскости

Рассмотрен способ построения приближенного уравнения огибающей семейства кривых, моделирующего кинематическое формообразование линий на плоскости. Способ основан на геометрическом определении огибающей проекционным методом, взятым из теории особенностей отображений [12, 28, 82]. При этом традиционное получение элементов семейства трактуется как построение проекций сечений плоскостями уровня поверхности, описанной уравнением семейства.

Новизна состоит в том, что семейство плоскостей уровня заменяется на семейство параллельных секущих плоскостей общего положения. Это позволяет образовать новое семейство кривых, огибающая которого совпадает с огибающей исходного семейства. Предлагается путем подбора положения секущих плоскостей добиться того, чтобы элементы второго семейства оказались как можно «ближе» к огибающей. Тогда при помощи описаний элементов найденного семейства и операций R-дизъюнкции можно построить приближенное уравнение огибающей в аналитически компактном виде, т. е. с меньшим количеством R-дизъюнкций, чем в традиционном способе описания огибающей при помощи R-функций.

Рассмотрен способ подбора положения секущих плоскостей, основанный на построении изображения геометрического образа уравнения семейства кривых, полученных средствами машинной графики.

В практике изготовления машиностроительных изделий используют строгальные, фрезерные, зубообрабатывающие и т. п. станки. При этом формообразование поверхностей изделий происходит на основе специально разрабатываемых кинематических схем. Среди этих

задач выделим те, которые можно свести к кинематическому формообразованию кривых на плоскости. В этом случае геометрическую форму кривых определяет контур следа, оставляемого на плоскости активной частью инструмента (например, кромкой резца, очертанием фрезы, исходной рейкой червячной фрезы или долбяка).

Под кинематическим формообразованием (на плоскости) будем понимать процесс получения кривой как кромки следа, оставляемого некоторой фигурой, перемещающейся по плоскости. Перечислим характерные признаки кинематического формообразования: геометрическая форма перемещающейся фигуры неизменна; линия контура фигуры, как правило, негладкая (с изломами); перемещение фигуры по плоскости моделирует реальный процесс формообразования; всегда присутствует начальная и конечная фазы движения фигуры.

Формально опишем процесс кинематического формообразования. Пусть на плоскости имеем две декартовы прямоугольные системы координат Ox и OXY , которые взаимно перемещаются. Таким перемещением может быть поступательное смещение или вращение одной из систем координат относительно другой. А также сложное перемещение, моделирующее реальное формообразование, например, процесс обкатки. Перемещения будем характеризовать формулами связи между координатами

$$X = \varphi(x, y, C); Y = \psi(x, y, C), \quad (2.1)$$

где C — параметр перемещения, который изменяется в пределах $a \leq C \leq b$. Дифференцируемость функций φ и ψ здесь не предполагается, что соответствует реальным задачам. Каждая из этих функций лишь должна иметь вид единого аналитического выражения.

Пусть в системе координат OXY имеем односвязную фигуру L , ограниченную отрезками прямых и дугами окружностей. Описывать L будем при помощи R-функций [83] в виде неравенства $\Phi(X, Y) \geq 0$. Обозначать это будем так $L: \Phi(X, Y) \geq 0$. Предполагается, что геометрическая форма фигуры не меняется и принадлежит классу форм, характерных для режущего инструмента (контуров резцов, исходных реек фрез и т.п.). Это исключает наличие «экзотических» форм у фигуры L . В работе на функцию Φ не накладываются условия дифференцируемости. Контурную линию фигуры L , описанную уравнением $\Phi(X, Y) = 0$, будем обозначать ∂L , т. е. $\partial L: \Phi(X, Y) = 0$. В подавляющем большинстве случаев реальных задач контур фигуры L является негладкой кривой.

В результате перемещения фигуры L , «привязанной» к системе координат OXY , на плоскости образуется семейство негладких кривых $\{L_\infty\}$,

элементами которого будут мгновенные положения контурной линии ∂L фигуры L . При этом каждое мгновенное положение ∂L будет соответствовать «своему» значению параметра C .

Рассмотрим фигуру Q , которая образуется в результате «заметания» множества точек плоскости Oxy при перемещении фигуры L из двух крайних положений, характеризуемых значениями a и b параметра C . Далее везде предполагается, что точки фигуры Q «самоненакладываются». К этому случаю реальная задача сводится путем дробления интервала изменения параметра. Поэтому в дальнейшем будем полагать, что контурная линия ∂L фигуры L точек самопересечения не имеет. Этим положением определяется ограничение метода.

Особо следует отметить то, что контурную линию ∂Q могут составлять точки заострения контура ∂L фигуры L . Именно этому случаю соответствует реальное формообразование «острым» инструментом. На практике именно этот случай оказывается самым неудобным при использовании традиционных методов описания результата кинематического формообразования. Поскольку функция, входящая в уравнение семейства кривых, оказывается недифференцируемой.

Определение 2.1. Огибающей L_0 семейства негладких кривых $\{L_\infty\}$ назовем контурную линию ∂Q фигуры Q .

В работе [12] показано, что это определение равнозначно традиционным определениям [7, 29].

Обратим внимание на то, что согласно этому определению огибающая обычно состоит из трех частей: фрагмента элемента семейства при $C = a$; фрагмента элемента семейства при $C = b$; и линий, формообразование которых обусловлено перемещением фигуры.

Что касается последнего замечания, то в работе нет необходимости различать случаи классической огибающей и дискриминантной линии семейства. Это допущение не повлияет на качество алгоритмов реального профилирования огибающей на основе описания в непараметрическом виде огибающей L_0 семейства негладких кривых $\{L_\infty\}$.

Составим уравнение семейства негладких кривых $\{L_\infty\}$. Для этого в уравнение элемента семейства ∂L : $\Phi(X, Y) = 0$ подставим функции из (2.1). Уравнение семейства получим в виде

$$\Phi(\varphi(x, y, C), \psi(x, y, C)) = 0 \quad (2.2)$$

или, сокращенно $F(x, y, C) = 0$. В работе не предполагается дифференцируемость функции F , входящей в описание параметрического семейства $\{L_\infty\}$.

Приведем удобный для практики способ построения приближенного уравнения огибающей L_0 семейства $\{L_\infty\}$ в непараметрическом виде

$$f_n(x, y) = 0. \quad (2.3)$$

Здесь n – натуральное число, характеризующее приближенный характер уравнения (2.3). Примем во внимание то, что фигуру Q приближенно можно рассматривать как объединение бесконечного множества мгновенных положений фигур семейства $\{L_\infty\}$. При $C = \text{const} \in [a, b]$ уравнение (2.2) превращается в описание одного из элементов семейства, соответствующему этому C .

Далее фигуру Q заменим приближенной фигурой Q_n , которая будет объединением n мгновенных положений фигур семейства $\{L_\infty\}$. При этом предполагается, что $Q = \lim_{n \rightarrow \infty} Q_n$. Пусть для простоты выбрано равномерное разбиение интервала $[a, b]$ изменения параметра C . Тогда значение выражения $[(n-i)a + bi] / n$ при $i = \overline{0, n}$ позволит вычислить все $n+1$ промежуточные значения C_i параметра C . Отсюда $n+1$ описание n элементов семейства можно получить, если подставить C_i в уравнение (2.2). Учитывая связь между операцией объединения множеств и R-дизъюнкцией контурную линию ∂Q_n можно описать уравнением

$$\bigvee_{i=0}^n F\left(x, y, \frac{(n-i)a + bi}{n}\right) = 0. \quad (2.4)$$

или, что то же самое, $f_n(x, y) = 0$.

Уравнение (2.4) позволяет дать «аналитическое» определение огибающей идентичное, по сути, определению 2.1.

Определение 2.2. Огибающую семейства негладких кривых $F(x, y, C) = 0$, где $a \leq C \leq b$, составляют точки плоскости, для которых выполняется соотношение

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bigvee_{i=0}^n F\left(x, y, \frac{(n-i)a + bi}{n}\right) = 0. \quad (2.5)$$

При этом, естественно, предполагается, что соответствующие пределы функций существуют. Формула (2.5) позволяет получить недифференциальный способ нахождения огибающей. Т. е. для описания огибающей негладких кривых производные функции F не использовались.

Однако, для пользователя определение 2.2 представляет, пожалуй, лишь «академический» интерес, поскольку нам не известен развитый математический аппарат нахождения в аналитическом виде предельных переходов вида (2.5).

Формула вида (2.4) представляет собой сокращенную запись n R-дизъюнкций, связывающих $n+1$ описание элементов семейства. Т. е. «длина» формулы зависит от величины n . При больших значениях n (порядка нескольких десятков) формула (2.4) теряет все преимущества аналитического описания огибающей, и ее следует рассматривать лишь как основу для алгоритма описания огибающей. А опыты работы с формулой вида (2.4) показывают, что приемлемую точность описания можно получить лишь в том случае, когда значение n будет достаточно большим. Например, в работе [30] для реальной задачи профилирования необходимо было взять $n = 40$.

Рассмотрим следующую задачу. При условии сохранения начальной точности, необходимо предложить способ приближенного описания огибающей L_0 семейства негладких кривых $\{L_\infty\}$ на основе схемы формулы (2.4), но с меньшим (порядком единиц) количеством R-дизъюнкций.

Иначе говоря, ставится задача получить аналитически более компактное, чем (2.4), приближенное описание огибающей L_0 . В этом случае описание огибающей уравнением $f_n(x,y) = 0$, занимающем всего «несколько строчек», сохранит все преимущества единого аналитического выражения (например, возможность дифференцировать или интегрировать функцию $f_n(x,y)$ в замкнутом виде).

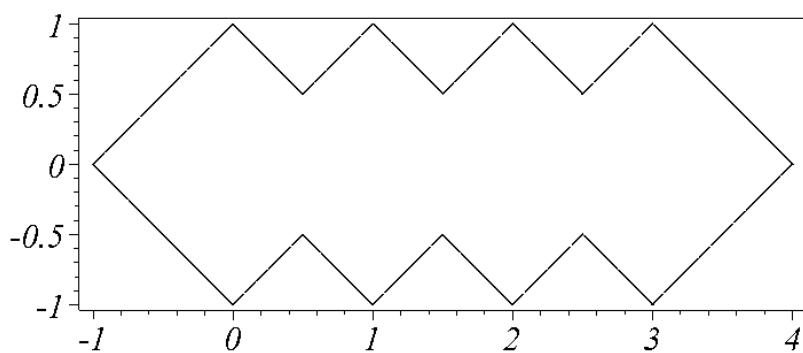
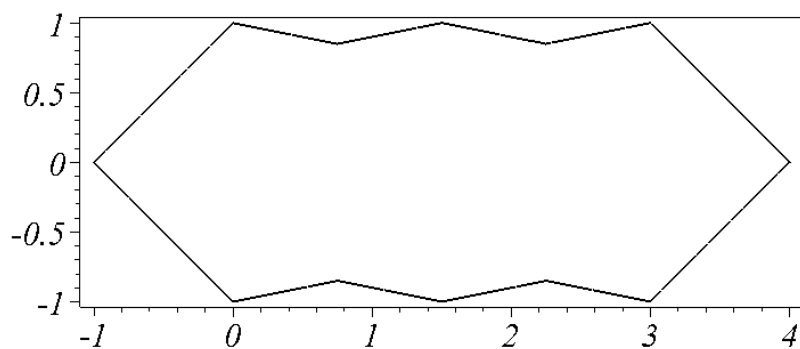
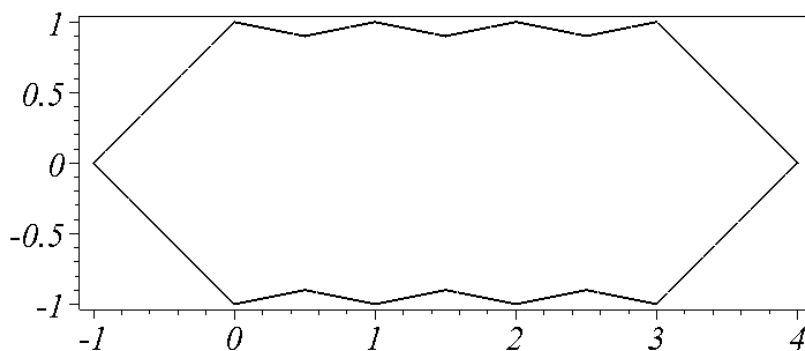
Кроме того, при алгоритмической реализации новой формулы понадобится значительно меньшее количество элементарных операций, а, следовательно, и времени для их реализации.

Для примера выполнения вычислений «по старой» формуле (2.4) приведем программу определения огибающей семейства квадратов $1 - |x - C| - |y| = 0$, когда $C_{\min} \leq C \leq C_{\max}$. На рис. 2.1 а – в приведены примеры выполнения программы в зависимости от n .

```

n := 15: Cmin := 0: Cmax := 3:
o := (a,b) -> (a + b + abs(a - b))/2:
f := (x,y,C) -> 1 - abs(x - C) - abs(y):
F := -1:
for i from 0 to n do
C := ((n - i)*Cmin + i*Cmax)/n;
f2 := o(f(x,y,C), F):
F := f2: end do:
implicitplot(F, x=-1.5..4.5, y=-1.5..1.5,
grid=[25,25], axes=BOXED,scaling=constrained,
thickness=2, axesfont=[TIMES,ITALIC,18]);

```

Рис. 2.1а. Огибающая семейства квадратов при $n = 3$.Рис. 2.1б. Огибающая семейства квадратов при $n = 10$ Рис. 2.1в. Огибающая семейства квадратов при $n = 15$.

2.2. Проекционный метод описания огибающей семейства кривых на плоскости

Рассмотрим подход, изученный в работах по теории особенностей дифференцируемых отображений [4, 12, 29] и позволяющий по-новому взглянуть на проблему нахождения огибающей семейства кривых на плоскости.

Пусть задана декартова прямоугольная система координат Oxy . Поместим в нее геометрический образ ∂A уравнения $F(x, y, C) = 0$ семейства кривых. Будем считать множество точек $A: F(x, y, C) \geq 0$ как «твердое» тело, описанное в абстрактном пространстве параметра C . Построим ортогональную проекцию B тела A на координатную плоскость Oxy . Рассмотрим проецирующую цилиндрическую поверхность U , обволакивающую поверхность ∂A . Тогда точки пространства, общие для поверхности ∂A и цилиндра U , образуют видимый контур поверхности ∂A . В теории особенностей отображений видимый контур называется *криминантой* семейства кривых [29].

Огибающую (в классическом [12] понимании этого термина) образует участок ∂B контура проекции B при условии, что в окрестности ему соответствующего участка криминанты, поверхность ∂A является математически гладкой. Т. е. в точках криминанты будут существовать все необходимые производные функции F . В противном случае участок ∂B контура проекции будет дискриминантой семейства кривых.

Пример. При условии, что $0 \leq C \leq 3$ необходимо описать огибающую семейства кругов радиуса 1

$$f(x, y, C) \equiv 1 - (x - C)^2 - y^2.$$

На рис. 2.2 приведено изображение элементов этого семейства, а на рис. 2.3 изображено решение - огибающая $y = \pm 1$, найденная по традиционной схеме [29].

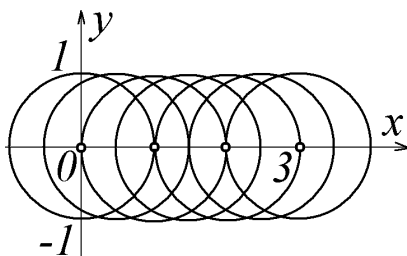


Рис. 2.2. Элементы семейства

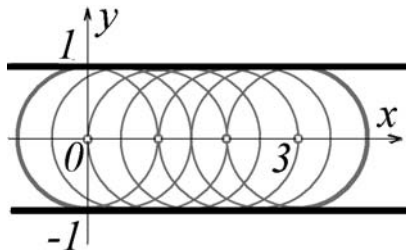


Рис. 2.3. Решение $y = \pm 1$

Легко заметить отличие классического решения от реального, которое должно состоять из участков прямых $y = \pm 1$ и двух дуг окружностей (рис. 2.4).

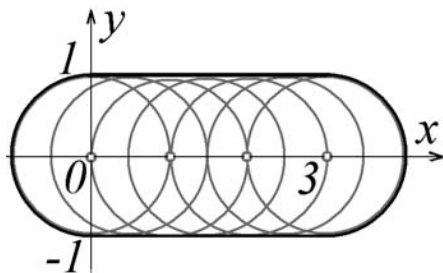


Рис. 2.4. Искомое решение как результат кинематического формообразования

В декартовой системе координат $OxyC$ рассмотрим геометрический образ уравнения $f(x,y,C) = 0$ как абстрактное тело A . Ортогонально спроектируем тело A на координатную плоскость Oxy . Тогда линия очертания ∂B полученной проекции B будет совпадать с искомой огибающей параметрического семейства $f(x,y,C) = 0$ (рис. 2.5).

В этом подходе к определению огибающей для нас важным является то, что нахождение огибающей в смысле определения 1, можно связать с операцией проецирования на плоскость Oxy некоторой поверхности ∂A — геометрического образа уравнения семейства кривых. В нашем случае это будет поверхность параллельного переноса. Для реализации такого подхода семейство кривых необходимо описать уравнением специального вида, чтобы в нем были учтены (на аналитическом уровне) границы изменения параметра (рис. 2.6).

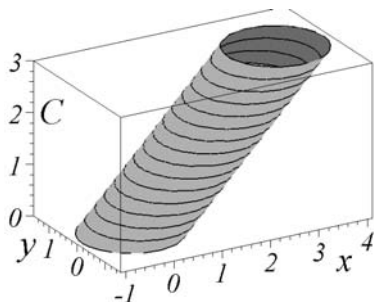


Рис. 2.5. Геометрический образ уравнения $f(x,y,C)=0$

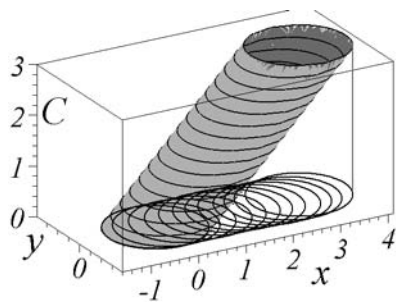


Рис. 2.6. Усеченный образ A^* из полосы $0 \leq C \leq 3$

Определение. Приведенным к замкнутому интервалу параметра $a \leq C \leq b$ уравнением семейства кривых $F(x, y, C) = 0$ (или просто приведенным уравнением) назовем уравнение вида

$$F(x, y, z) \wedge \left(\frac{b-a}{2} - \left| C - \frac{b-a}{2} \right| \right) = 0. \quad (2.6)$$

Здесь \wedge – знак R-конъюнкции.

Сокращенно обозначать приведенное уравнение будем так $F_{[a,b]}(x, y, C) = 0$. Нетрудно заметить, что уравнение (2.6) описывает ту часть A^* : $F_{[a,b]} \geq 0$ тела A : $F(x, y, C) \geq 0$, которая оказалась расположенной между плоскостями уровня $C = a$ и $C = b$ (рис. 2.6). Следовательно, в формуле (2.6) на аналитическом уровне учтены границы изменения параметра семейства. Т. е. эта геометрическая информация оказалась как бы «зашитой» в формулу (2.6).

Рассмотрим линию очертания ∂B^* проекции B^* тела A^* . Очертание ∂B^* состоит из трех частей, о которых уже шла речь в определении в п.2.1. А именно, очертание будет состоять из: фрагмента элемента семейства при $C = a$; фрагмента элемента семейства при $C = b$; линий, формообразование которых обусловлено изменением параметра C .

Это легко объяснить, рассматривая элементы семейства $\{L_\infty\}$ как проекции на плоскость Oxy семейства сечений поверхности ∂A^* плоскостями уровня $C = \text{const}$.

Дальше будем полагать, что в приведенном уравнении $F_{[a,b]} = 0$ границы a и b изменения параметра C выбраны такими, что фрагменты линий будут полностью удовлетворять всем геометрическим условиям профилирования. Поэтому далее предполагается, что начальную задачу нахождения уравнения огибающей L_0 семейства кривых $\{L_\infty\}$ можно свести к задаче описания линии очертания ∂B^* проекции геометрического образа приведенного уравнения $F_{[a,b]} = 0$. Иначе говоря, в термин «огибающая» далее будем вкладывать смысл очертания ∂B^* .

Очертание ∂B^* приближенно можно описать уравнением вида $f_n(x, y) = 0$. Для этого заметим, что уравнение $F_{[a,b]}(x, y, C_i) = 0$ есть описание проекции L_i сечения поверхности ∂A^* плоскостями уровня $C = C_i$. Разобьем интервал $[a, b]$ изменения параметра C на равные промежутки $C_i = [(n-1)a + bi] / n$. Построим семейство совмещенных проекций сечений поверхности ∂A^* плоскостями уровня $C = C_i$. Проекцию B^* будем приближенно считать объединением совмещен-

ных проекций сечений тела A^* этими плоскостями уровня. Поэтому очертание ∂B^* можно описать приближенным уравнением:

$$\bigvee_{i=0}^n F\left(x, y, \frac{(n-i)a + bi}{n}\right) = 0, \quad (2.7)$$

что совпадает с формулой (2.4).

Поэтому «в чистом виде» проекционный метод не дает особых преимуществ в вычислительном плане по сравнению с «плоским» методом, рассмотренным в п.2.1. Однако проекционный метод имеет резерв, который далее будет раскрыт, изучен и реализован.

Определение. Подобными называются параметрические семейства линий $\{f_i(x, y, C)=0\}$ у которых огибающие одинаковы, но элементы, их составляющие, будут геометрически различны.

Утверждение 2.1. «Сгенерировать» множество семейств линий, которые были бы подобными данному семейству $f(x, y, C)=0$, можно при помощи проекций сечений семейств параллельных плоскостей, пересекающих образ A^* приведенного уравнения.

На рис. 2.7 приведен пример выбора секущих плоскостей для «генерации» нового параметрического семейства. На рис. 2.8 приведены некоторые элементы этого нового семейства.

Утверждение 2.2. Семейство параллельных плоскостей надо ориентировать так, чтобы их нормали совпали с направлением, в котором образ A^* отбрасывает тень максимальной площади.

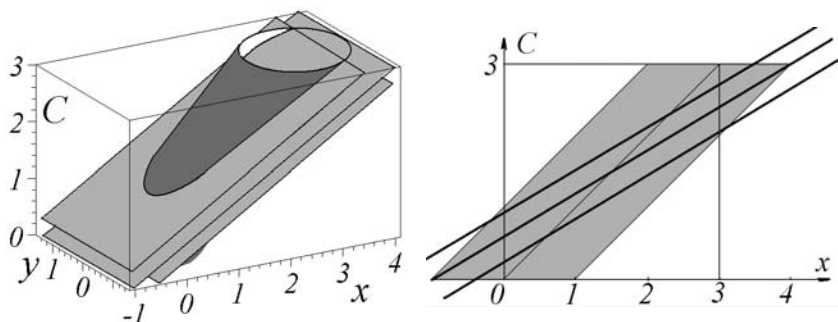


Рис. 2.7. Способ «генерации» подобных семейств

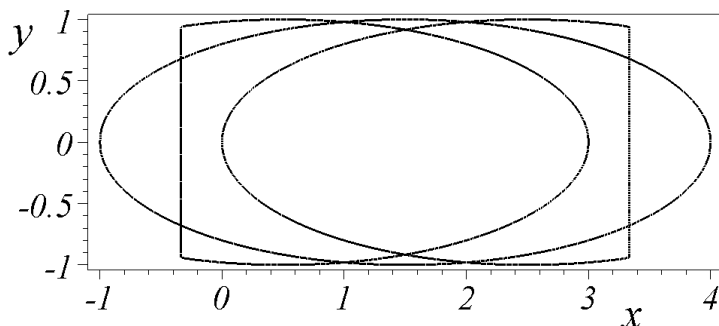


Рис. 2.8. Пример семейства линий, подобного исходному семейству

Утверждение 2.3. Приближенное уравнение огибающей параметрического семейства $f(x, y, C) = 0$ (в случае изменения параметра C в пределах $a \leq C \leq b$) можно представить в виде

$$\begin{aligned} & f(x, y, C_{MIN}) \vee f(x, y, C_{MAX}) \vee \left(f(x, y, \bar{C}(x, y)) \wedge \left(\frac{b-a}{2} - \left| \bar{C}(x, y) - \frac{b-a}{2} \right| \right) \right) \vee \\ & \vee \left(f(x, y, \bar{C} + d) \wedge \left(\frac{b-a}{2} - \left| \bar{C} + d - \frac{b-a}{2} \right| \right) \right) \vee \\ & \vee \left(f(x, y, \bar{C} - d) \wedge \left(\frac{b-a}{2} - \left| \bar{C} - d - \frac{b-a}{2} \right| \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

где функция $\bar{C}(x, y)$ выбирается из условия ориентации тела A^* по максимальной площади отбрасываемой им тени

В частности, описание огибающей рассмотренного выше семейства окружностей радиуса 1 имеет вид

$$\begin{aligned} & \left(\frac{5}{4} - \frac{(0,4x-0,6)^2}{2} - \frac{y^2}{2} - \frac{1}{2} |0,6x-0,9| - \frac{1}{2} \left| \frac{1}{2} + (0,4x-0,6)^2 + y^2 - |0,6x-0,9| \right| \right) \vee \\ & \left(\frac{5}{4} - \frac{(0,4x-1,0)^2}{2} - \frac{y^2}{2} - \frac{1}{2} |0,6x-0,5| - \frac{1}{2} \left| \frac{1}{2} + (0,4x-1,0)^2 + y^2 - |0,6x-0,5| \right| \right) \vee \\ & \left(\frac{5}{4} - \frac{(0,4x-0,2)^2}{2} - \frac{y^2}{2} - \frac{1}{2} |0,6x-1,3| - \frac{1}{2} \left| \frac{1}{2} + (0,4x-0,2)^2 + y^2 - |0,6x-1,3| \right| \right) \vee \\ & (1 - x^2 - y^2) \vee (1 - (x-3)^2 - y^2) = 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Рассмотрим вопрос численной апостериорной оценки количества R -дизъюнкций. Т.е. необходимо оценить количество R -дизъюнкций, необходимых для описания огибающей семейства кривых, изображенных на рис. 2.9. Элементы семейства представляют собой объединение половины дуги окружности и угла квадрата. Верхнюю часть «а» огибающей образуют точки заострения (углы квадратов), а нижнюю часть «б» — точки соприкосновения семейства дуг окружностей. Границы изменения параметра семейства выбраны такими $0 \leq C \leq 5$.

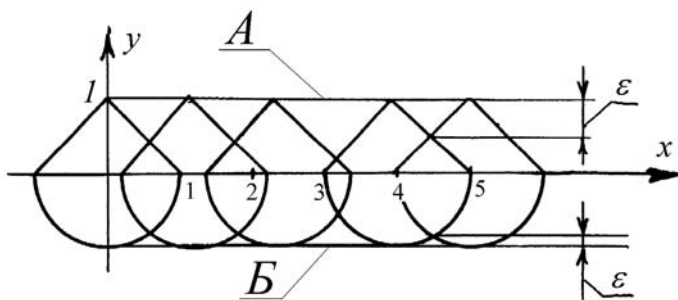


Рис. 2.9. Тестовый пример элементов семейства.

В таблице 2.1 приведены значения n , необходимые для описания фрагментов огибающей при помощи формулы (1.1.4) с заданной абсолютной погрешностью ϵ . Эта погрешность численно равна высоте «гребешка», образованного двумя соседними элементами семейства в окрестности "теоретической" огибающей (рис. 2.9).

Таблица 2.1

	Точность приближения ϵ			
	0.1	0.01	0.001	0.0001
Линия «А»	100	1000	10 000	100 000
Линия «Б»	6	18	56	177

Из таблицы видно, что для описания с одинаковой точностью одинаковых фрагментов огибающей (отрезка прямой) необходимо существенно различное количество элементов семейства. Интуитивно понятно почему количество дуг окружностей необходимо взять намного меньше, чем количество углов. Ведь элементы окружностей «более близко» подходят к огибающей. Следовательно, фактор «близости» элементов семейства к огибающей является главенствующим при описании R -дизъюнкций.

В качестве примера приведем программу построения сечений «наклонного цилиндра» как геометрического образа уравнения параметрического семейства $1 - (x - C)^2 - y^2 = 0$ множеством секущих плоскостей $1 + x - (C + 2.6*i/7)/0.6 = 0$. Изображение строится в среде математического процессора MAPLE. На рис. 2.10 приведен пример выполнения программы.

```
F := (x, y, C) -> 1 - (x - C)^2 - y^2:
telo := implicitplot3d(F(x,y,C),
    x=-1..4, y=-1..2., C=0..3,
    style=PATCHNOGRID, lightmodel='light2'):
for i from -3 to 3 do
plos[i]:= implicitplot3d(1 + x - (C + 2.6*i/7)/0.6,
    x=-1..4, y=-1..2., C=0..3, style=PATCHNOGRID):
end do:
display(telo, seq(plos[i], i=-3..3), axes=boxed,
orientation=[-120,70]);
```

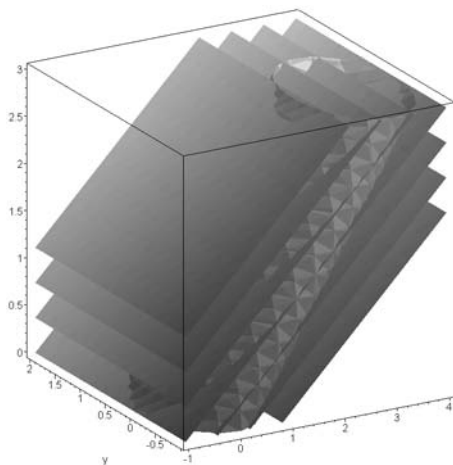


Рис. 2.10. Сечение графического образа уравнения параметрического семейства параллельными плоскостями

2.3. Структурная схема алгоритма построения приближенного уравнения огибающей

В качестве примера рассмотрим описание уравнением огибающей семейства окружностей $1 - (x - C)^2 - \left(y - \sin \frac{\pi C}{3}\right)^2 = 0$ (где $0 \leq C \leq 3$), центры которых расположены на участке синусоиды (рис. 2.11).

Вначале составим уравнение, приведенное к интервалу $0 \leq C \leq 3$ и рассмотрим его графический образ в пространстве $OxyC$ (рис. 1.7)

$$\left(1 - (x - C)^2 - \left(y - \sin \frac{\pi C}{3}\right)^2\right) \wedge \left(\frac{3}{2} - \left|C - \frac{3}{2}\right|\right) = 0$$

Далее необходимо в интерактивном режиме выбрать положение секущих плоскостей в пространстве $OxyC$. Для этого в окне процессора MAPLE при помощи «мыши» положение образа ориентируем так, чтобы он отбросил в плоскость экрана тень максимальной площади (рис. 1.5).

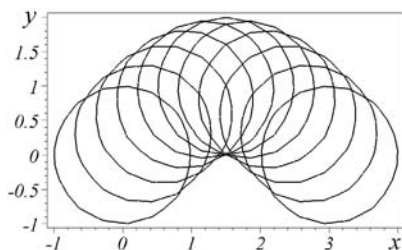


Рис. 2.11. Элементы семейства

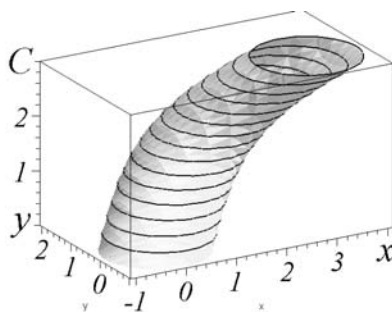


Рис. 2.12. Графический образ в пространстве $OxyC$

При этом ракурс объекта можно определить при помощи угловых координат, расположенных в левой верхней части окна.

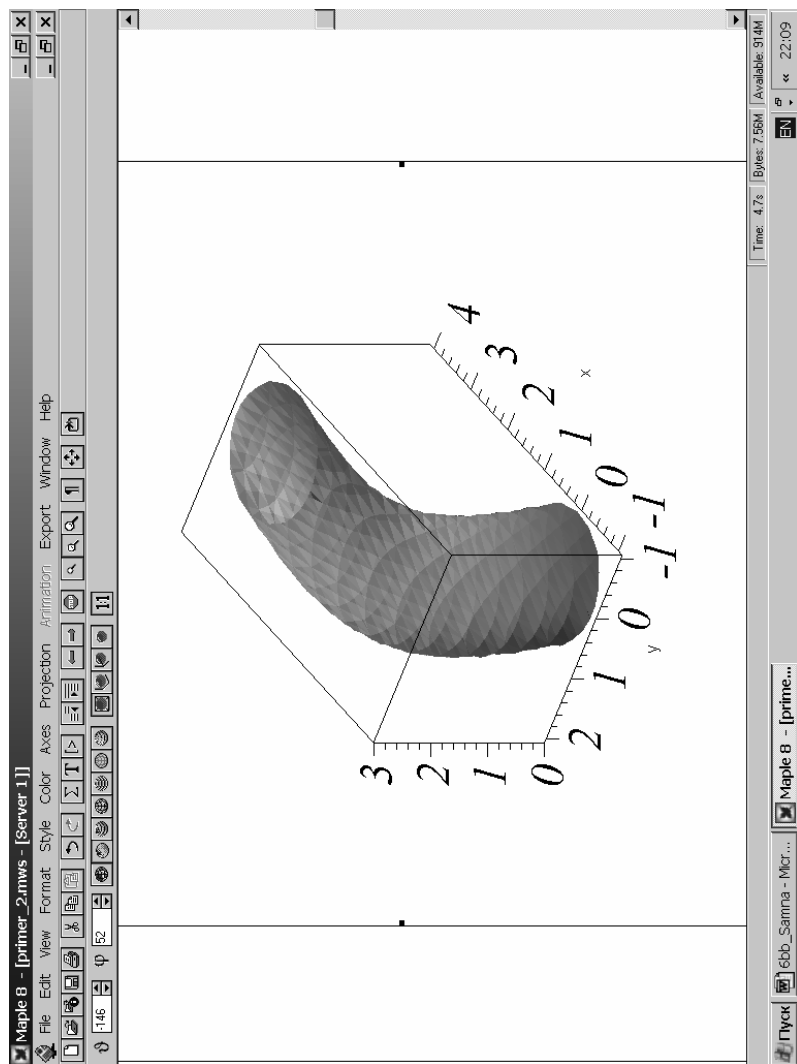


Рис. 2.13. Окно процессора MAPLE

В результате получим уравнение секущих плоскостей в виде $C_i = 0,6(1+x) \pm 0,3i$, где $i = 0, 1, 2$.

Тогда имеем приведенное уравнение

$$\left(1 - (x - C_i)^2 - \left(y - \sin \frac{\pi C_i}{3}\right)^2\right) \wedge \left(\frac{3}{2} - \left|C_i - \frac{3}{2}\right|\right) = 0, \quad (2.11)$$

из которого можно получить уравнение огибающей (например, для $n = 3$)

$$\begin{aligned} & \left(\left(1 - (x - C_0)^2 - \left(y - \sin \frac{\pi C_0}{3}\right)^2\right) \wedge \left(\frac{3}{2} - \left|C_0 - \frac{3}{2}\right|\right) \right) \vee \\ & \left(\left(1 - (x - C_{-1})^2 - \left(y - \sin \frac{\pi C_{-1}}{3}\right)^2\right) \wedge \left(\frac{3}{2} - \left|C_{-1} - \frac{3}{2}\right|\right) \right) \vee \\ & \left(\left(1 - (x - C_1)^2 - \left(y - \sin \frac{\pi C_1}{3}\right)^2\right) \wedge \left(\frac{3}{2} - \left|C_1 - \frac{3}{2}\right|\right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.12.)$$

На рис. 2.15 а-в изображены элементы нового параметрического семейства, подобного исходному. При этом можно наглядно наблюдать «визуальную сходимость» к точному решению.

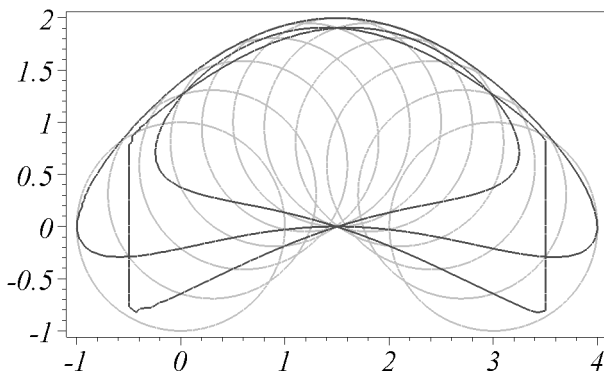


Рис. 2.15 а. Параметрическое семейство, подобное исходному ($n = 3$).

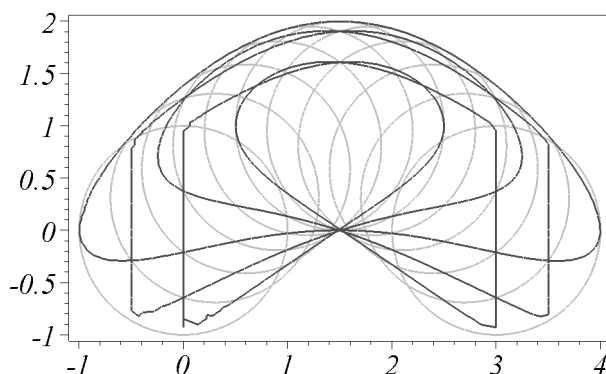


Рис. 2.15 б. Параметрическое семейство, подобное исходному ($n = 5$).

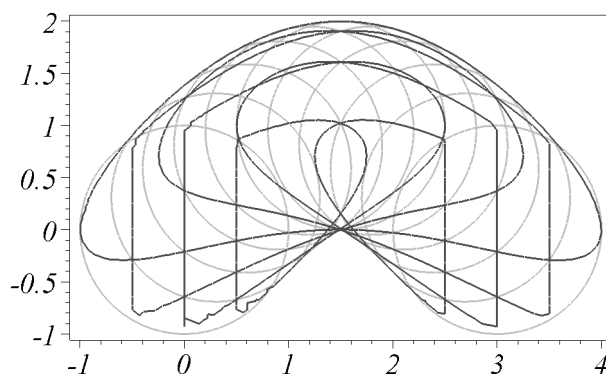


Рис. 2.15 в. Параметрическое семейство, подобное исходному ($n = 7$).

В общем виде алгоритм нахождения приближенного уравнения огибающей семейства кривых состоит из следующих этапов:

1. Для реальной задачи профилирования кривой, полученной в результате кинематического формообразования, выбираем две системы декартовых прямоугольных координат. Пусть система координат OXY будет связана с геометрической формой активной части инструмента, которая принимает участие в формообразовании огибающей, а система Oxy пусть связана с «заготовкой» изделия.
2. Взаимное перемещение систем координат на плоскости опишем при помощи функций $X = \varphi(x, y, C)$ и $Y = \psi(x, y, C)$. Чаще всего параметром перемещения служит угол C . К функциям φ и ψ предъявляется требование, согласно которому каждая

- из них должна иметь вид единого аналитического выражения и должна описывать реальный процесс формообразования.
3. При помощи R-функций в системе координат ОХУ описываем геометрическую форму активной части инструмента в виде уравнения $f(X,Y) = 0$. При этом должно выполняться неравенство $f(X,Y) > 0$ для всех точек плоскости, составляющих «фигуру» G инструмента. Для простоты полагаем (хотя это и не существенно), что фигура – G ограничена отрезками прямых и дугами окружностей. Величины, входящие в описание геометрической формы фигуры G будем считать входными параметрами алгоритма.
 4. Образует исходное уравнение семейства кривых в виде $\Phi(\varphi(x, y, C), \psi(x, y, C)) = 0$, или, что то же, $F(x, y, C) = 0$. Этим мы объединим в аналитическом виде информацию о геометрической форме фигуры L, а также информацию о ее перемещении по плоскости. Дифференцируемость функции F не предполагается.
 5. Согласно формуле (1.2.1) строим приведенное к замкнутому интервалу $[a, b]$ уравнение $F(x, y, C) = 0$ семейства кривых. В этой формуле на аналитическом уровне учтены границы изменения параметра C семейства кривых.
 6. Множество точек A^* : $F(x, y, C) > 0$ в трехмерном пространстве ОхУС рассмотрим как абстрактное «твердое» тело и найдем в интерактивном режиме его положение, при котором он отбросит на плоскость экрана тень максимальной площади. Этим самым мы используем ту априорную информацию, которая сопровождает постановку задачи кинематического формообразования огибающей. Без использования такой информации (а как следствие, и без интерактивного режима) реализация рассмотренной версии алгоритма затруднительна.

2.4. Примеры описания огибающих параметрических семейств кривых на плоскости уравнением в неявном виде

Полученное в работе непараметрическое уравнение огибающей семейства негладких кривых можно использовать для описания результата профилирования многих реальных задач. В качестве примера рассмотрено профилирование машиностроительных изделий, образованных методом обкатки заготовки инструментом реечного вида [10, 61 – 63, 103 - 104].

В этом случае процесс обкатки характеризуется аналитической сложностью формул связи двух систем координат, расположенных, соответственно, на заготовке и инструменте. Это обстоятельство не

позволяет надеяться получать точные описания огибающих согласно известной схеме, приведенной во введении.

Действительно, согласно традиционной схеме необходимо: а) описать реальный процесс профилирования уравнением с параметром; б) найти производную по параметру от функции, входящей в это уравнение; в) исключить параметр из полученного выражения и из исходного уравнения, рассматривая их совместно.

Ясно, что для реальных задач осуществить эти действия точно удастся весьма редко. Кроме того, даже успешное осуществление этих действий позволит получить описание огибающей уравнением преимущественно в параметрическом виде.

Для примера приведем описание контура зуба зубчатого колеса. В процессе формирования зубьев цилиндрических зубчатых колес способом обкатки всегда можно наладить процесс так, что поверхность зуба в торцовом сечении будет огибающей однопараметрического семейства инструментальных поверхностей [10].

Пусть центр делительной окружности (центроиды) радиуса R , связанной с заготовкой, расположен в начале глобальной системе координат Oxy (рис. 2.16). Пусть также подвижная система координат $O'X'Y'$, связанная с геометрией исходного реечного контура, совершает процесс обкатки так, что ее ось $O'X'$ перекачивается без скольжения по делительной окружности.

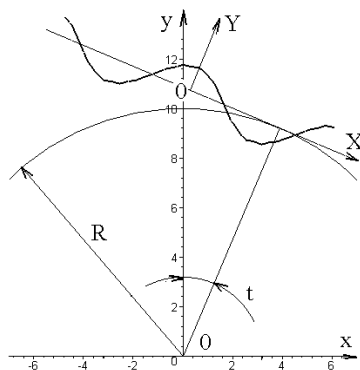


Рис. 2.16. Схема профилирования зубчатого зацепления

Указанное перемещение удобно характеризовать углом - параметром t . При этом зависимости между выбранными системами координат имеют вид

$$\begin{aligned} X &= x \cos t - y \sin t + Rt; \\ Y &= x \sin t + y \cos t - R \end{aligned} \quad (2.13)$$

Пусть реечный контур задан в системе координат $O'XY$ уравнением

$$F(X, Y) = 0. \quad (2.14)$$

Тогда, подставив значения X и Y из соотношений (2.13) в формулу (2.14), приходим к описанию параметрического семейства

$$\Phi(x, y, t) \equiv F(x \cos t - y \sin t + Rt, x \sin t + y \cos t - R) = 0, \quad (2.15)$$

Огибающая семейства (2.15) будет теоретической формой зуба в нормальном сечении зубчатого колеса.

Пример 3.2.1. Рассмотрим случай (не влияющий на общность рассуждения), когда уравнение исходного реечного контура в подвижной системе координат OXY имеет вид синусоиды

$$\cos X - Y = 0 \quad (2.16)$$

Тогда уравнение параметрического семейства имеет вид

$$\cos(x \cos t - y \sin t + Rt) - x \sin t - y \cos t + R = 0. \quad (2.17)$$

Второе уравнение системы получим после дифференцирования левой части уравнения (2.17) по параметру t :

$$(x \sin t + y \cos t - R) \sin(x \cos t - y \sin t + Rt) - x \cos t + y \sin t = 0. \quad (2.18)$$

Описание «теоретического» профиля зуба получаем в результате исключения параметра t из системы уравнений (2.17) - (2.18).

На практике осуществление «точного» исключения параметра t составляет самостоятельную проблему вычислительного характера даже для рассмотренного канонического случая. Поэтому используют приближенные методы нахождения координат точек, расположенных на «теоретической» огибающей.

Приведенные результаты получены при помощи составленной программы для математического процессора Maple. Заметим, что последний из операторов программы позволяет осуществить анимацию процесса обкатки.

```

> restart: with(plots):with(plottools):
> R:=10:
  cir := circle([0,0], R):
> obkat := proc(t)
> local X,Y,F,FF,obl,obk;
> X := x*cos(t) - y*sin(t) + t*R;
> Y := x*sin(t) + y*cos(t) - R;
> F := -Y + cos(X) = 0;
> obk := implicitplot( F(x,y), x=-7..7, y=5..14,
>                      scaling=CONSTRAINED, thickness=2,
>                      numpoints=500, view=[-7..7, 5..14]):
> plots[display](cir, obk,scaling=CONSTRAINED);
> end:

> for i from -10 to 10 do
> G[i] := obkat(i/10); od:
> display( seq(G[i],i=-10..10));
> display( seq(G[i],i=-10..10), insequence=true);

```

На рис. 2.17 представлены наложенные изображения семейства мгновенных положений контура. На рис. 2.18 изображены положения реечного контура, соответствующие некоторым значениям t при $R = 10$.

Эти иллюстрации дают представление о профиле зубчатого зацепления как результата огибания элементов семейства.

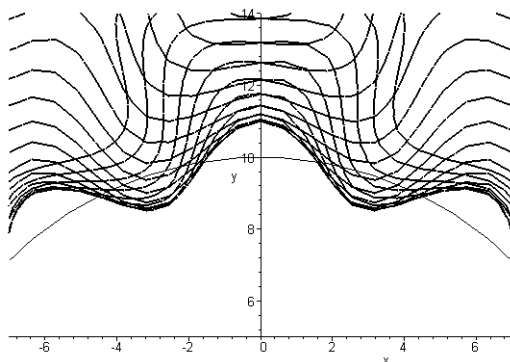


Рис. 2.17. Мгновенные положения реечного контура при обкатке

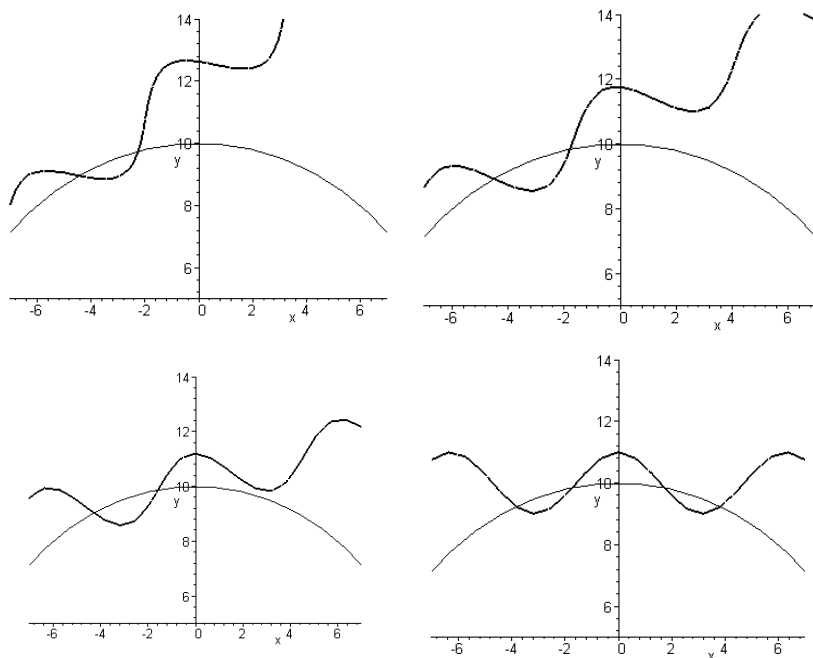


Рис. 2. 18. Отдельные положения рейки исходного контура при обкатке

В результате выполнения следующей программы (при $R=10$) получим массивы координат точек, расположенных на профиле зубчатого зацепления (таблица 2.2), а также изображение этого контура (рис.2.19).

```
> R:=10:
> X := x*cos(C) - y*sin(C) + C*R;
> Y := x*sin(C) + y*cos(C) - R;
> F := -Y + cos(X); dF := diff(F,C);
> for i from -50 to 50 do C:= i/50+0.05:
> s:=fsolve({F=0, dF=0},{x, y}); assign(s); x;y;
> xx[i]:=x; yy[i]:=y; print(x, y);
> unassign('x'): x: unassign('y'): y: od:
> G := seq(line([xx[i],yy[i]], [xx[i+1],yy[i+1]],
numpoints=500, thickness=2), i=-50..49):
> cir := circle([0,0], R):
> display(G,cir, scaling=CONSTRAINED);
```

Таблица 2.2

x	y	x	y
-7.658744426	4.965633931	-4.531580177	8.907354672
-7.072703839	5.849125894	-4.398636723	8.862651722
-7.052361890	6.113863766	-4.266798032	8.816172548
-7.051439944	6.304201328	-4.133319162	8.767789585
-7.055353940	6.466860800	-3.994401347	8.717176653
-7.060524757	6.616106479	-3.843824117	8.663745430
-7.065434135	6.758687318	-3.668942555	8.606553546
-7.069169250	6.898592746	-3.431975822	8.544677838
-7.070994586	7.038598584	-2.427543122	8.756116006
-7.070164358	7.180944425	-2.171153020	9.016847686
-7.065789421	7.327729767	-2.042525431	9.184365490
-7.056677579	7.481253691	-1.943714547	9.324743460
-7.041055726	7.644467172	-1.857303669	9.452006395
-7.015956291	7.821843174	-1.776380710	9.572147589
-6.975504052	8.021641329	-1.697212176	9.688459079
-6.903968972	8.264581576	-1.617304663	9.803046910
-6.679905862	8.689529498	-1.534658313	9.917431151
-5.778794213	9.117812348	-1.447370906	10.03284642
-5.511376738	9.115651357	-1.353322868	10.15043738
-5.302814997	9.094226915	-1.249780337	10.27144211
-5.122853327	9.064293649	-1.132672269	10.39745538

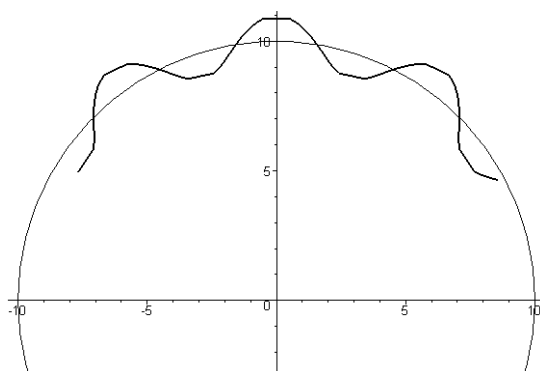


Рис. 2. 19. Фрагмент найденного профиля зубчатого зацепления

Приведенный пример показывает, что нахождение огибающей даже в таком простом случае задания семейств (когда исходный реечный контур имеет форму синусоиды) вызывает серьезные трудности. Для реальных задач эти трудности возрастают во много раз. Используя предлагаемый способ описания огибающей можно осуществлять профилирование и для реальных задач.

В реальном случае уравнение исходного реечного контура целесообразно строить при помощи R-функций [83]. При этом, проблема подбора опорных областей здесь существенно облегчается тем, что принятые в машиностроении исходные контура состоят из кусков прямых и дуг окружностей [10, 31, 104].

На рис. 2.20 изображена часть исходного контура, участвующая в формообразовании одного зуба.

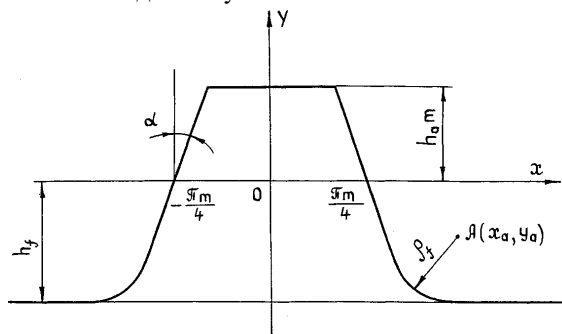


Рис. 2.20. Исходный контур для формообразования одного зуба

На рис. 2.21 приведены изображения опорных областей, предназначенные для описания исходного контура.

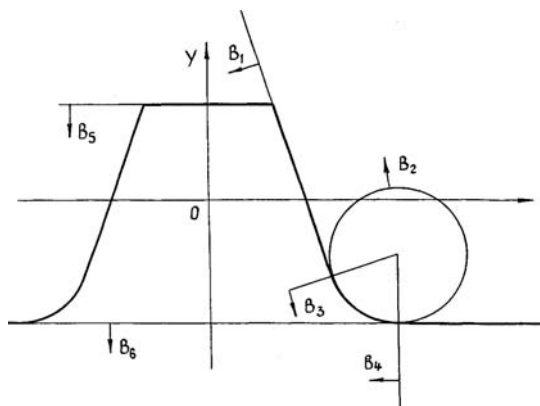


Рис. 2.21. Опорные области для описания исходного контура

Опорными областями являются множества точек на плоскости, каждое из которых описать можно при помощи неравенств

$$\begin{aligned}
 B_1 &: \left(\frac{\pi m}{4} - X \right) \operatorname{ctg} \alpha - Y \geq 0; \\
 B_2 &: (X - x_a)^2 + (Y - y_a)^2 - p_f^2 m^2 \geq 0; \\
 B_3 &: (X - x_a) \operatorname{tg} \alpha - Y + y_a \geq 0; \\
 B_4 &: x_a - X \geq 0; \\
 B_5 &: h_a m - Y \geq 0; \\
 B_6 &: -Y - h_f m \geq 0.
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

$$y_a = m(p_f - h_f);$$

Здесь

$$x_a = \frac{\pi m}{4} + \frac{mp_f}{\cos \alpha} - y_a \operatorname{tg} \alpha.$$

Логическая формула для описания исходного контура имеет вид

$$\Omega = \overline{((B_1 \cup B_6) \cup (B_2 \cap B_3 \cap B_4)) \cap B_5}. \tag{2.20}$$

Отсюда, с учетом симметрии контура, уравнение исходного реечно-го контура инструмента имеет вид

$$\begin{aligned}
 F^*(X, Y) = & - \left[\left(\left(\left(\left(\frac{\pi m}{4} - |X| \right) \operatorname{ctg} \alpha - Y \right) \vee (-Y - h_f m) \right) \vee \right. \right. \\
 & \left. \left. \vee \left((|X| - x_a)^2 + (Y - y_a)^2 - p_f^2 m^2 \right) \wedge (x_a - |X|) \right) \wedge (h_a m - Y) \right] = 0.
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

На практике необходимо иметь уравнение исходного контура, расположенного в плоскости, находящейся под углом β к нормали (т.е. не в нормальном, а в торцовом сечении). Учитывая (2.21), необходимое уравнение запишем в виде

$$F(X, Y) = F^*(X \cos \beta, Y) = 0. \tag{2.22}$$

Совокупность уравнений (2.19) и (2.22) в пространстве R^3 позволит описать объект A^* , очертание которого на плоскости Oxy будет искомым изображением зуба.

В приложении приведена программа **OUEP** профилирования зубьев зубчатого колеса, составленная на основе приведенных формул.

На рис. 2.22 приведен пример выполнения программы — создание массива узловых точек, содержащихся в «теле» зуба.

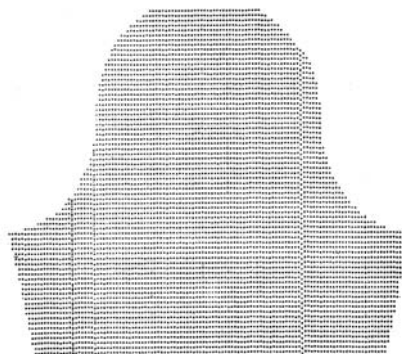


Рис. 2.22. Пример выполнения программы **OUER**.

2.5. Описание контура пуансона для перфорации листового материала в валках

Приведем описание огибающей параметрического семейства, связанный с профилированием рабочих поверхностей пуансонов при перфорации полосового материала во вращающихся валках.

Рассмотрим процесс движения вращающихся валков с пуансонами и матрицами. В соответствии с законом кинематического реверса вращение валка с пуансонами и валка с матрицами вокруг закрепленных подшипников в станине клетки будем представлять, как обкатывание одного колеса вокруг другого, закрепленного неподвижно [35 - 40].

На рис. 2.23 в качестве примера представлена схема обкатки шлицевого вала, в результате чего определяется контур пуансона. Здесь R_1 и R_2 — делительные окружности, H — межцентровое расстояние. Системы координат OXY и Oxy связаны с заготовкой и инструментом, соответственно. Закон перемещения инструмента относительно заготовки можно описать формулами [34]:

$$\begin{aligned} x &= X \cos (C + \varphi) + Y \sin (C + \varphi) + H \sin C, \\ y &= -X \sin (C + \varphi) + Y \cos (C + \varphi) + H \cos C \end{aligned} \quad (2.23)$$

Пусть уравнение профиля шлица имеет вид $x - h = 0$. Тогда можно записать уравнение семейства

$$X \cos (C + \varphi) + Y \sin (C + \varphi) + H \sin \varphi - h = 0. \quad (2.24)$$

Здесь C – параметр.

Так как $C: \varphi = R_2/R_1$, то $\varphi = CR_1/R_2$. Поэтому $C + \varphi = CH/R_2$.

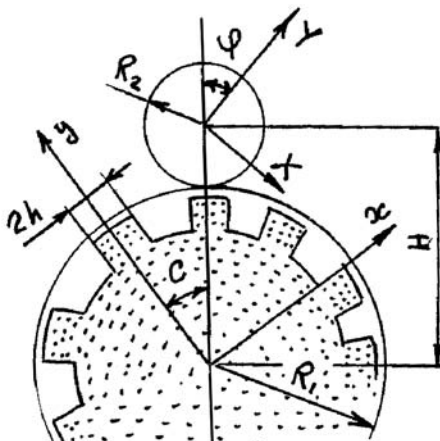


Рис. 2.23. Схема обкатки шлицевого вала для определения контура пуансона

Выражение (2.24) переписывается так

$$F(X, Y, C) \equiv X \cos \left(C \frac{H}{R_2} \right) + Y \sin \left(C \frac{H}{R_2} \right) + H \sin C - h = 0. \quad (2.25)$$

Находя производную

$$F'_C(X, Y, C) \equiv -X \frac{H}{R_2} \sin \left(C \frac{H}{R_2} \right) + Y \frac{H}{R_2} \cos \left(C \frac{H}{R_2} \right) + H \cos C = 0 \quad (2.26)$$

и рассматривая два последних уравнения совместно, находим уравнение эквидистанты эпициклоиды в параметрическом виде

$$\begin{aligned} X &= h \cos \left(C \frac{H}{R_2} \right) - C \cos C \sin \left(C \frac{H}{R_2} \right) + H \sin \left(C \frac{H}{R_2} \right) = 0; \\ Y &= h \sin \left(C \frac{H}{R_2} \right) + C \cos C \cos \left(C \frac{H}{R_2} \right) - H \cos \left(C \frac{H}{R_2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Видим, что даже в таком тривиальном случае описать огибающую удалось лишь в параметрическом виде. Для реальных задач используем рассмотренный выше способ описания огибающей.

Пусть прямоугольная система координат XO_1Y связана с валком-матрицей радиусом R_1 . Аналогично свяжем систему координат xO_2y

с валком-пуансоном радиусом R_2 . Пусть в некоторый момент времени фаза качения примет вид, изображенный на рис. 2.24. Не трудно показать [34], что системы координат связаны соотношениями

$$\begin{aligned} X &= x \cos 2\varphi - y \sin 2\varphi + (R_1 + R_2) \sin \varphi, \\ Y &= x \sin 2\varphi + y \cos 2\varphi - (R_1 + R_2) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (2.28)$$

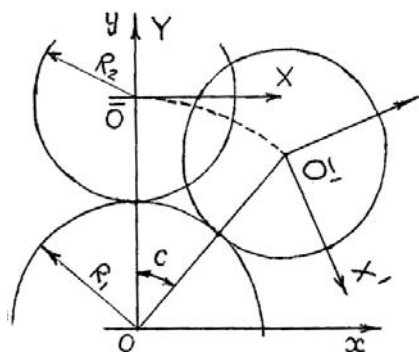


Рис. 2.24. Схема обкатки

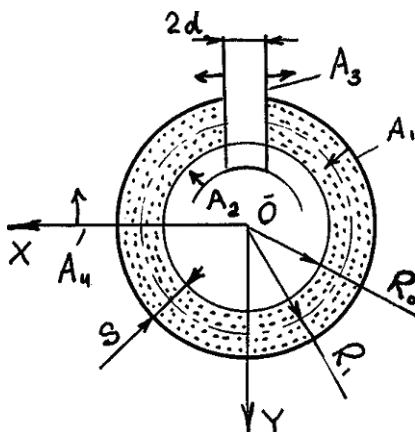


Рис. 2.25. Параметры обкатки

Для решения задачи профилирования пуансона при валковой перфорации необходимо первоначально описать контуры пробиваемого отверстия и подложки (при безматричном способе перфорации). На рис. 2.25 представлен контур отверстия в ленте и в подложке. Зададим опорные области контура в виде

$$\begin{aligned} A_1: (R_0 + S)^2 - X^2 - Y^2 &\geq 0; \\ A_2: -(R_0 - S)^2 + X^2 + Y^2 &\geq 0; \\ A_3: d^2 - X^2 &\geq 0; \\ A_4: -Y &\geq 0. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Так как логическая формула для области имеет вид

$$\Omega = A_1 \cap (\bar{A}_2 \cup \bar{A}_3 \cup \bar{A}_4), \quad (2.30)$$

то уравнение контура отверстия можно записать так

$$\left[(R_0 + S)^2 - X^2 - Y^2\right] \wedge \left\{ \left[(R_0 - S)^2 - X^2 - Y^2\right] \vee [X^2 - d^2] \vee Y \right\} = 0. \quad (2.31)$$

Подставляя выражения (2.28) в формулу (2.31), приходим к уравнению параметрического семейства.

На рис. 2.26. приведен результат обкатки по схеме №1 при значениях $S = 1$; $d = 1$; $R = 5$.

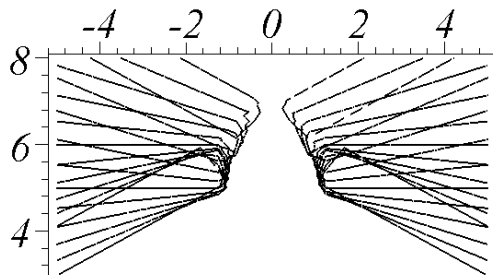


Рис. 2. 26. Результат обкатки по схеме №1

При этом параметрическое семейство имело вид

$$-\frac{1}{4} - \frac{1}{4} |2x \sin C + 2y \cos C - 11| + \frac{1}{2} (x \cos C - y \sin C + 5C)^2 - \quad (2.32)$$

$$-\frac{1}{2} I - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} |2x \sin C + 2y \cos C - 11| + (x \cos C - y \sin C + 5C)^2 I = 0$$

На рис. 2. 27. приведены ракурсы графического образа уравнения (2.32).

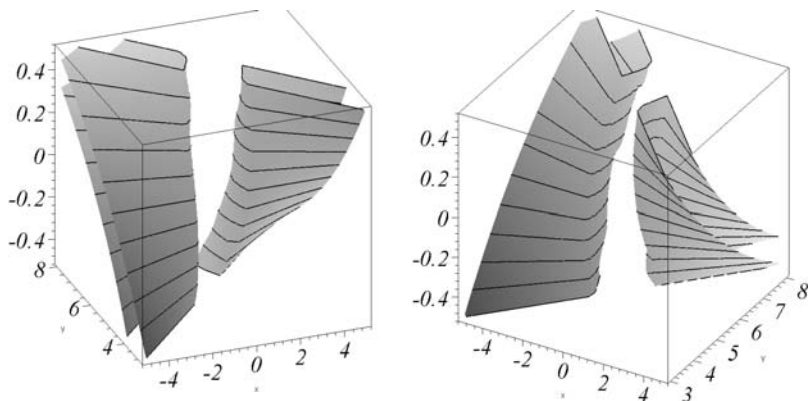


Рис. 2.27. Различные ракурсы графического образа уравнения (2.32).

Способ выбора секущих плоскостей представлен на рис. 2. 28.

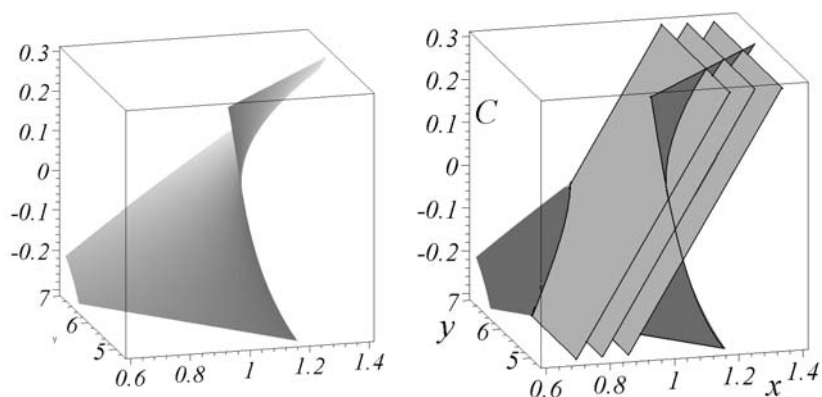


Рис. 2. 28. Способ выбора секущих плоскостей для варианта № 1

В результате получаем уравнение правой части пуансона №1 в виде

$$\begin{aligned} & (x \cos(1,25x - 1,275) - y \sin(1,25x - 1,275) + 6,25x - 7,375) \vee \\ & (x \cos(1,25x - 1,175) - y \sin(1,25x - 1,175) + 6,25x - 6,875) \vee \quad (2.33) \\ & (x \cos(1,25x - 1,375) - y \sin(1,25x - 1,375) + 6,25x - 7,875) = 0 \end{aligned}$$

На рис. 2. 29 для сравнения приведены изображения огибающей исходного параметрического семейства (слева) и огибающей семейства, ему подобного, но состоящего всего из пяти элементов.

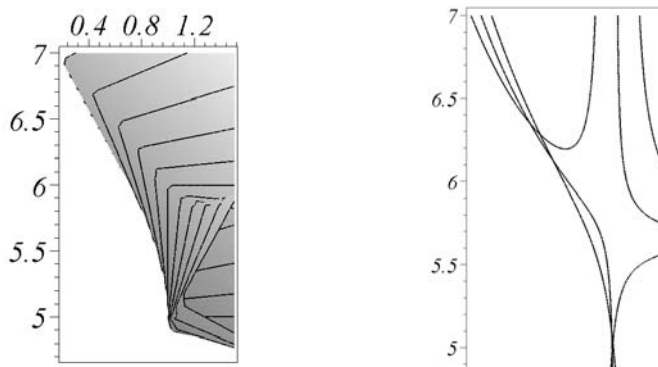


Рис. 2. 29. Изображения огибающей исходного и подобного параметрических семейств

Далее рассмотрим результат обкатки по схеме № 2 при значениях $d = 1$; $R = 5$ (рис. 2. 30). При этом параметрическое семейство имело вид

$$12 - \frac{1}{2}(x \sin 2C + y \cos 2C - 10 \cos C)^2 - \frac{1}{2}I - 26 + \quad (2.34)$$

$$+ 2(x \cos 2C - y \sin 2C + 10 \sin C)^2 + (x \sin 2C + y \cos 2C - 10 \cos C)^2 I = 0$$

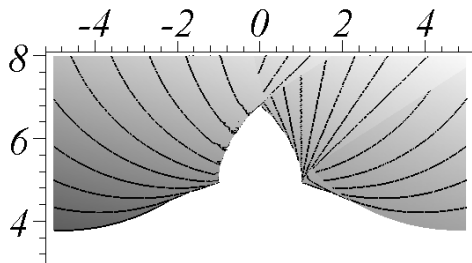


Рис. 2. 30. Результат обкатки по схеме №2

На рис. 2. 31. приведены ракурсы графического образа уравнения (2.34).

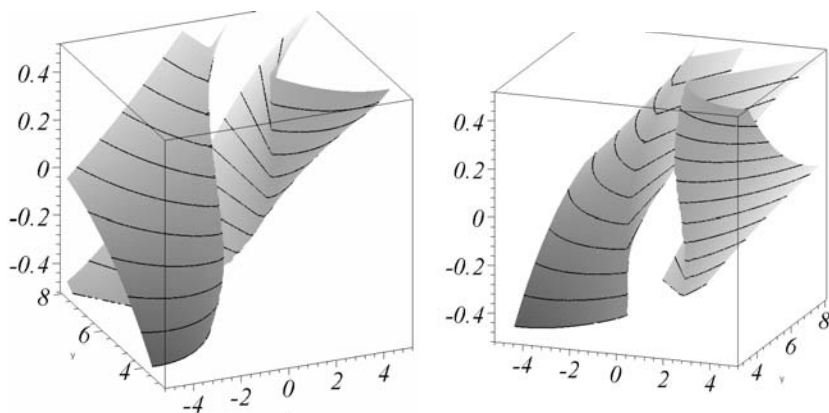


Рис. 2. 31. Различные ракурсы графического образа уравнения (2.34).

Способ выбора секущих плоскостей представлен на рис. 2. 32.

В результате получаем уравнение правой части пуансона № 2 в виде

$$((x \cos(2,5x - 2,55) - y \sin(2,5x - 2,55) + 10 \sin(1,25x - 1,275)^2 - 1) \vee$$

$$((x \cos(2,5x - 2,95) - y \sin(2,5x - 2,95) + 10 \sin(1,25x - 1,475)^2 - 1) \vee \quad (2.35)$$

$$((x \cos(2,5x - 2,15) - y \sin(2,5x - 2,15) + 10 \sin(1,25x - 1,075)^2 - 1) = 0$$

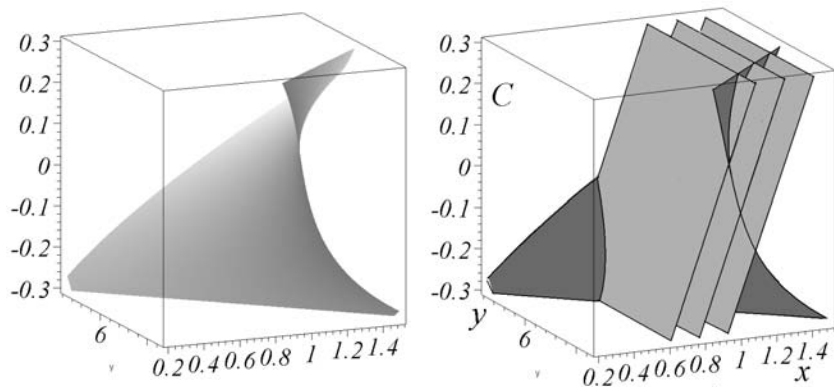


Рис. 2.32. Способ выбора секущих плоскостей для схемы № 2

На рис. 2.33 для сравнения приведены изображения огибающей исходного параметрического семейства (слева) и огибающей семейства, ему подобного, но состоящего всего из семи элементов.

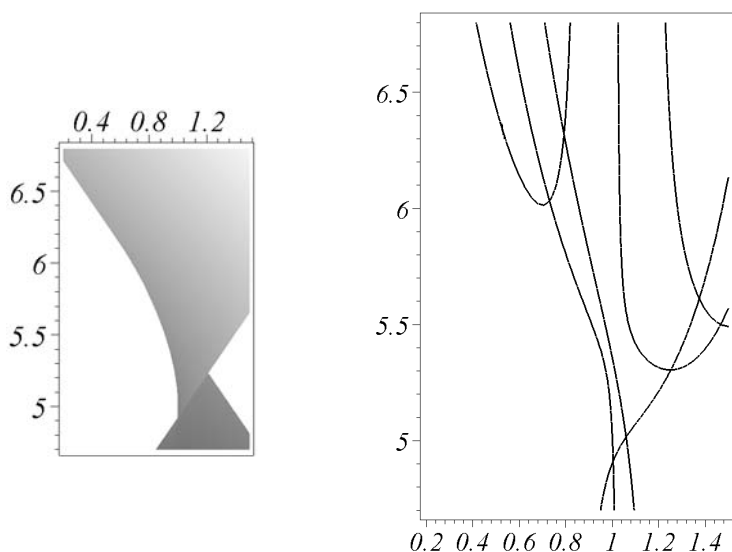


Рис. 2.33. Изображения огибающей исходного и подобного параметрических семейств

Выводы к разделу 2

1. Под кинематическим формообразованием (на плоскости) понимают процесс получения кромки следа, оставляемого некоторой фигурой, перемещающейся по плоскости. Его характерные признаки: геометрическая форма перемещающейся фигуры неизменна; линия контура фигуры, как правило, негладкая (с изломами); перемещение фигуры по плоскости моделирует реальный процесс формообразования; всегда присутствует начальная и конечная фазы движения фигуры.
2. Учитывая связь между операцией объединения множеств и R-дизъюнкцией огибающую параметрического уравнения $F(x, y, C) = 0$ можно описать уравнением $\bigvee_{i=0}^n F\left(x, y, \frac{(n-i)a + bi}{n}\right) = 0$, где $a \leq C \leq b$.
3. Формула из п. 2 представляет собой сокращенную запись n штук R-дизъюнкций, связывающих $n+1$ описание элементов семейства. При больших значениях n (порядка нескольких десятков) эта формула теряет все преимущества аналитического описания огибающей.
4. Поэтому актуальной будет задача при условии сохранения начальной точности получить аналитически более компактное, чем из п. 2, приближенное описание огибающей. Т.е. необходимо предложить способ приближенного описания огибающей семейства негладких кривых на основе схемы формулы из п. 2, но с меньшим (порядком единиц) количеством R-дизъюнкций.
5. В системе координат Oxy рассмотрим геометрический образ уравнения $f(x, y, C) = 0$ как абстрактное тело A . Ортогонально спроектируем его на плоскость Oxy . Тогда линия очертания ∂B полученной проекции B будет совпадать с «классической» огибающей (дискриминантой) семейства $f(x, y, C) = 0$. Это положение следует из теории особенностей дифференцируемых отображений Рене Тома.
5. Подобными принято называть параметрические семейства линий $\{f_i(x, y, C) = 0\}$ у которых огибающие одинаковы, но элементы, их составляющие, будут геометрически различны.
6. «Сгенерировать» множество семейств линий, которые были бы подобными данному семейству $f(x, y, C) = 0$, можно при помощи проекций сечений семейств параллельных плоскостей, пересекающих графический образ приведенного уравнения.
7. Для рационального описания подобного семейства параллельные плоскости надо сориентировать так, чтобы их нормали совпали

-
-
- с направлением, в котором графический образ приведенного уравнения отбрасывал бы тень максимальной площади.
8. Для описания с одинаковой точностью одинаковых фрагментов огибающей (отрезка прямой) необходимо существенно различное количество элементов семейства: например, количество дуг окружностей необходимо взять намного меньше, чем количество углов. Поскольку элементы окружностей «более близко» подходят к огибающей. Следовательно, фактор «близости» элементов семейства к огибающей является главенствующим при описании семейства последовательностью R-дизъюнкций.

РАЗДЕЛ 3

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМЫ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИНСТРУМЕНТОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СПОСОБА ПОДАЧИ ПОЛОСЫ

3.1. Исследование кинематики процесса перфорации при горизонтальной подаче полосы в зону пробивки

Исследование кинематических особенностей процесса перфорации полосы при её горизонтальной подаче в зону пробивки позволит определить характеризующие его факторы, в частности, соотношение скоростей перемещения заготовки и вращения валков в инструментах. Правильный выбор соотношения этих скоростей и их регулирование позволит избежать преждевременного износа и выхода из строя перфорационного инструмента, а также искажения формы пробиваемых отверстий [39].

На рис. 3.1 показана схема горизонтального качения вала с пуансоном относительно поверхности пробиваемой полосовой заготовки, при этом отдельные точки пуансона описывают относительно полосы траектории по циклоиду.

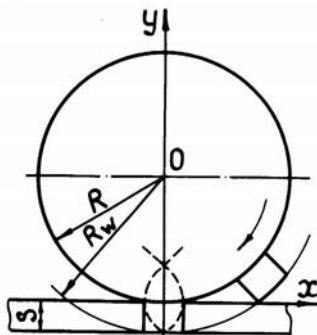


Рис. 3.1. Схема качения вала с пуансоном по полосовой заготовке

В случае качения вала без скольжения траектория движения точек пуансона описывается уравнением циклоиды:

$$x = R\varphi - R_w \sin\varphi; \quad y = R - R_w \sin\varphi, \quad (3.1)$$

где: R – радиус основания вала с пуансонами, мм;

R_w – радиус вала по выступающим кромкам пуансонов, мм;

φ – угол поворота вала, град..

При этом все точки, находящиеся от центра вала O на расстоянии R_w , описывают вокруг точки контакта основания вала с поверхностью качения петлю (рис. 3.2).

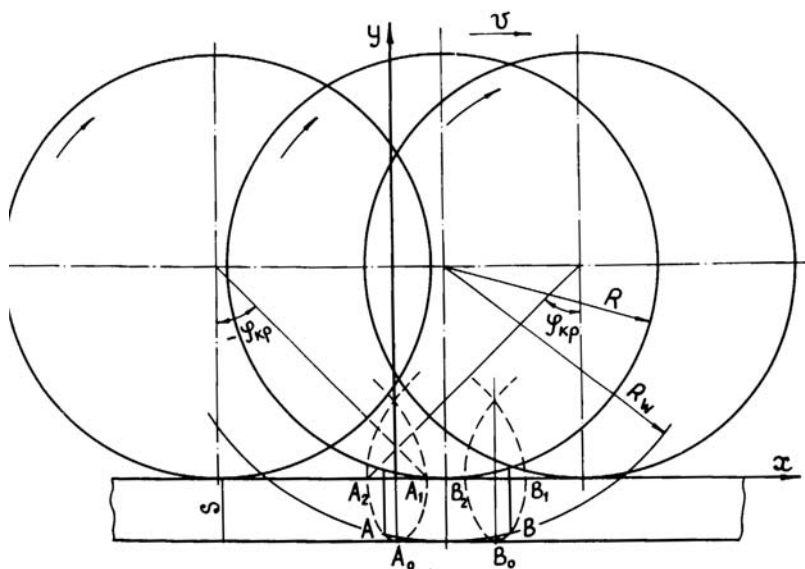


Рис. 3.2. Схема определения скорости вала с пуансоном относительно пробиваемой полосы

Рассмотрим движение крайних точек пуансона A и B (в плоскости движения). Точка A входит в полосу в точке A_1 и движется по дуге A_1A_0 . Достигнув нижнего положения A_0 , точка A движется вверх по дуге A_0A_2 . С некоторым опозданием в полосу входит точка B , которая движется вниз по дуге B_1B_0 , а пройдя точку B_0 , перемещается вверх по дуге B_0B_2 . Полоса, заключенная между дугами B_1B_0 и A_0A_2 , удаляется, а стенки отверстия имеют очертания названных дуг. Точка A кромки пуансона

первой контактирует с полосой и формирует профиль отверстия при выходе из полосы (дуга A_0A_2), а точка В, входящая в полосу последней, формирует профиль отверстия при входе в полосу (дуга B_1B_0).

Петли, описываемые точками А и В идентичны, дуги B_1B_0 и A_1A_0 равны между собой, поэтому справедливо будет рассмотреть вход и выход из полосы одной точки, допустим точки А, чтобы судить о профиле пробиваемого отверстия.

Предположим, что валок катится в сторону положительного направления оси Х (рис. 3.2). Принимаем толщину полосы S равной разности $R_w - R$, т.е. высоте пуансона. На рис. 3.2 показан момент входа (точка A_1) и выхода (точка A_2) точки А кромки пуансона из полосы. Этим моментам соответствуют углы $Y_{кр}$ и минус $Y_{кр}$. То есть во время нахождения точки А в полосе угол Y лежит в диапазоне от $-Y_{кр}$ до $Y_{кр}$, и равен нулю в точке A_0 .

Траектория движения точки А не зависит от угловой скорости качения вала. Для оценки соотношения скоростей точки А в зависимости от её положения введем определенную постоянную угловую скорость ω вращения вала. Тогда с учетом (3. 1) получим:

$$x = R\omega t - R_w \sin \omega t \quad (3.2)$$

где: ω — скорость вращения (угловая) вала с пуансонами, рад/с.;

t — время нахождения точки А в пробиваемом отверстии полосы, с.

Скорость точки В вдоль оси Х будет равна:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \omega(R - R_w) \cos \varphi \quad (3.3)$$

При $y = 0$, $V_0 = \omega \cdot (R - R_w) \cos \varphi$

При $Y = Y_{кр}$, $V_{кр} = \omega(R - R_w \cos \varphi_{кр})$.

Из рис. 3.2 $\cos \varphi_{кр} = \frac{R}{R_w}$, тогда $V_{кр} = 0$. Таким образом, приходим к системе уравнений вида:

$$\begin{cases} V_0 = \omega(R - R_w), \\ V_{кр} = 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

Вывод. При прохождении точки А через положение A_1 она имеет только вертикальную составляющую скорости, а в положении A_0 её скорость в отрицательном направлении оси Х максимальна.

С целью сближения точек A_1 и A_2 , а следовательно, и уменьшения нецилиндричности пробиваемого отверстия (в продольном сече-

нии полосы), необходимо исключить скорость V_x . Для этого зададим скольжение вала относительно полосы со скоростью V , направленной вдоль положительных значений оси X . В этом случае точка A совершила бы движение по перпендикуляру вверх и вниз при $V = -V_x$, где V_x определяется по формуле (3.3).

При наличии проскальзывания вала относительно полосы со скоростью V система (3.1) примет вид:

$$\begin{cases} x = R\varphi - R_w \sin\varphi + Vt, \\ y = R - R_w \cos\varphi \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\text{Если учесть, что } t = \frac{Y}{\omega}, \text{ то } Vt = V \frac{\varphi}{\omega} \cdot \frac{R}{R} = \frac{V}{V_{\text{кач}}} \cdot R\varphi$$

где $V_{\text{кач}}$ — скорость перемещения центра окружности (вала) при качении без проскальзывания.

Тогда:

$$\begin{aligned} x &= R\varphi \left(1 + \frac{V}{V_{\text{кач}}} \right) - R_w \sin\varphi \\ y &= R - R_w \cos\varphi \end{aligned} \quad (3.6)$$

Задавая значения φ в пределах от минус $\varphi_{\text{кр}}$ до $\varphi_{\text{кр}}$, получим траекторию движения точки A .

В реальных условиях процесса перфорации полоса движется не с постоянной скоростью. Эта скорость может и меняться в зависимости от линейной скорости движения основания вала с пуансоном до значения скорости движения режущей кромки пуансона, поскольку последний непосредственно перемещает полосу.

Из анализа формулы (3.3) следует, что при определенных значениях скорости можно достичь таких условий перфорации, когда $X = 0$, т.е. точки A_1 и A_2 сближаются до совпадения, в результате чего устраняется нецилиндричность отверстия. Следовательно, полоса во время перфорирования проскальзывает относительно цилиндра вала, при этом значения этой скорости переменны во времени. Определение истинной картины кинематики процесса формирования отверстия невозможно без учета проскальзывания полосы относительно вала (или наоборот). Поэтому необходимо определить влияние проскальзывания в определенном диапазоне скоростей.

Значения скорости V целесообразно изменять в пределах $V_{\text{кр}} \leq V \leq V_0$. Подставив значения $V_{\text{кр}}$ и V_0 из (3.4) и выражение $V_{\text{кач}} = \omega R$ в соотношение $V/V_{\text{кач}}$, найдем для него интервал значений:

$$0 \leq \frac{V}{V_{\text{кач}}} \leq 1 - \frac{R_w}{R}. \quad (3.7)$$

В результате расчета на ЭВМ были получены данные по определению соотношения между скоростью проскальзывания вала с пуансонами относительно полосы в процессе перфорации.

С целью обобщения результатов расчет приводили в относительных величинах, как отношение параметра к величине радиуса основания вала с пуансонами R , например: x — отклонение от цилиндричности стенки прибываемого отверстия, равное x/R ; y — положение режущей кромки пуансона относительно плоскости качения (углубление пуансона в полосу), равна y/R ; V — скорость проскальзывания основания вала с пуансонами относительно полосы, равна $V/\omega R$.

На рис. 3.3. представлена зависимость величины отклонения от цилиндричности X пробиваемой стенки отверстия от положения режущей кромки пуансона Y при внедрении в полосу (углубление пуансона в полосу) при различных скоростях проскальзывания V для случая, когда $D = 1,01$ (где D есть отношение $\frac{D_w}{D}$; $D_w = 2R_w$, $D = 2R$). Показанные на рис. 3.3 графики представляют собой не что иное, как траектории движения кромки пуансона (например, точки А) на стадии выхода пуансона из отверстия. Из рис. 3.3. следует, что максимальное отклонение формируемого профиля стенки отверстия от цилиндричности X наблюдается при скорости проскальзывания V основания вала с пуансонами относительно полосы равной нулю, при этом скорость кромки пуансона (точка А) отлична от нуля, что и приводит к максимальному отклонению X при $V = 0$. Следует отметить, что траектории движения кромки пуансона при входе в полосу и выходе из отверстия представляют две ветви одной параболической кривой. По мере увеличения скорости изменяются и траектории движения точек пуансона, а следовательно и отклонения от цилиндричности X .

Так, если задать некоторую V отличную от нуля (рис. 2.4 б, в, г), то с увеличением V уменьшается X . Было замечено, что при некотором V ($\approx 0.7 \cdot 10^{-2}$) отклонение X минимально, а затем снова возрастает.

При $V = 0.79 \cdot 10^{-2}$ (рис. 3.3.е) значение X на выходе кромки пуансона из отверстия ($V = 0$) больше значения соответствующего максимальной ширине петли (при $V = 8 \cdot 10^{-3}$).

На практике это приводит к тому, что на поверхности полосы у кромки отверстий образуются заусенцы и задиры, а в сечении от-

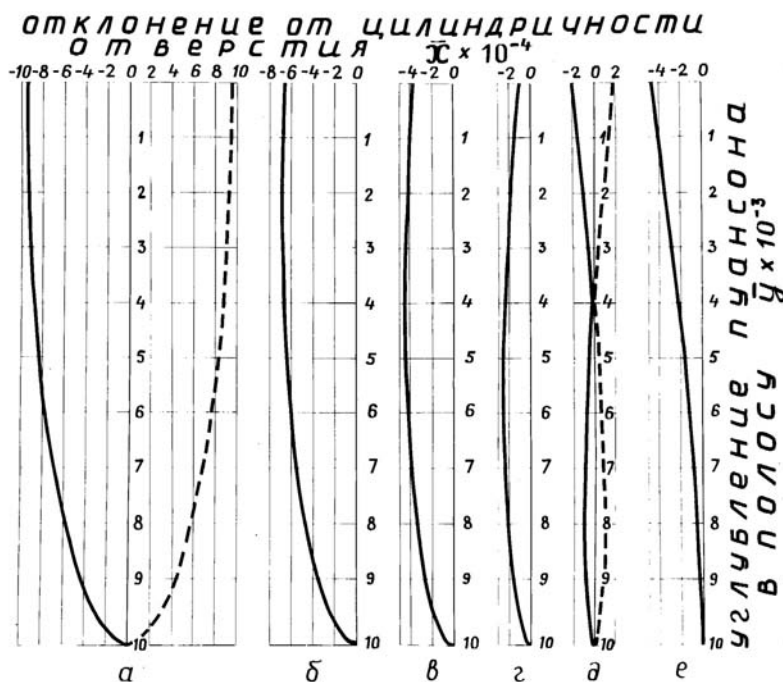


Рис.3.3. Расчетное отклонение от цилиндричности пробиваемой стенки отверстия в зависимости от скоростей V проскальзывания основания вала с пуансоном относительно полосы (при $D=1,01$): а) 0; б) $0,19 \cdot 10^{-2}$; в) $0,39 \cdot 10^{-2}$; г) $0,59 \cdot 10^{-2}$; д) $0,79 \cdot 10^{-2}$; е) $0,99 \cdot 10^{-2}$.

верстие приобретает коническую форму, при этом наблюдается чрезмерный износ пуансона. С дальнейшим увеличением V , например при $V = 0,99 \cdot 10^{-2}$ (рис.3.3 е) значение X продолжает возрастать.

На рис. 3.4 приведена расчетная зависимость максимального отклонения стенки отверстия от цилиндричности X_{\max} от скорости проскальзывания V вала с пуансонами относительно полосы, при различных D .

Из рис. 3.4 следует, что максимальное отклонение от цилиндричности отверстия X_{\max} уменьшается при увеличении скорости проскальзывания V для всех значений D (от 1,002 до 1,020). При этом чем меньше V тем меньше пределы отклонений от цилиндричности, а следовательно, меньше и необходимая скорость проскальзывания V . Так в случае когда $D=1,002$, $X_{\max} = 0,09 \cdot 10^{-3}$ при $V=0$ и $X_{\max} = 0$ при $V=0,2 \cdot 10^{-2}$. Если $D = 1,020$, то $X_{\max} = 2,64 \cdot 10^{-3}$ при $V = 0$ и $X_{\max} = 0$ при $V=2 \cdot 10^{-2}$.

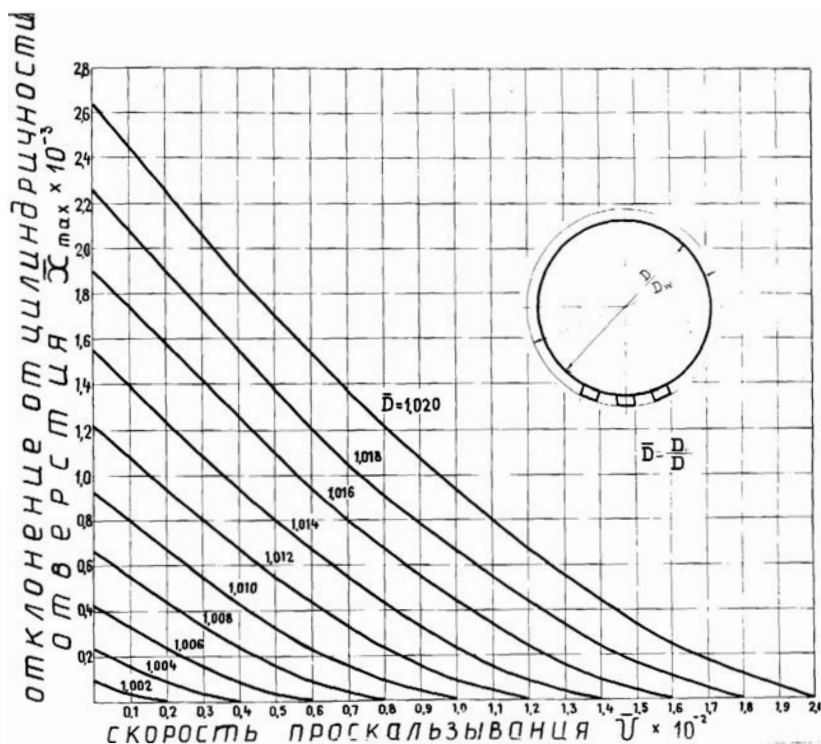


Рис.3.4. Расчетная зависимость максимального отклонения стенки отверстия от цилиндричности от скорости проскальзывания валка с пуансоном относительно полосы при различных \bar{D}

Таким образом, в результате проведенных исследований получена теоретическая зависимость влияния скорости проскальзывания валка с пуансонами (при различных соотношениях диаметра валка к высоте пуансона) относительно полосы на отклонения формы стенок отверстия, определяющих качество пробиваемых отверстий.

Далее рассмотрим задачу определения диаметров перфорационных валков. В настоящее время для перфорации полосового металла толщиной 1-4 мм проектируется и изготавливаются валковые механизмы с рабочими валками с диаметрами до 800 мм и более, хотя в этом нет технологической необходимости [38]. Кроме того, это приводит к увеличению массы оборудования, расхода электроэнергии, затрат на изготовление и ремонт технологической оснастки.

В процессе перфорации валки должны выполнять две основные функции: постепенно захватывать полосу и перемещать ее в направлении вращения под действием сил трения, возникающих между инструментом и полосой, в обеспечивать качественную пробивку отверстия. С этой целью необходимо исследовать условия выхода пуансона из пробитого отверстия, т.к. они являются одним из основных технологических параметров, определяющих величину диаметра валка [40].

На рис. 3.5. показан выход пуансона из пробитого в полосе отверстия под углом α . Анализ показывает, что чем больше α , тем труднее условия выхода пуансона из полости, поскольку он начинает «подсекать» рабочей боковой поверхностью кромки отверстия, они приобретают неправильную геометрическую форму, образуются задиры и заусенцы, При этом пуансон преждевременно изнашивается.

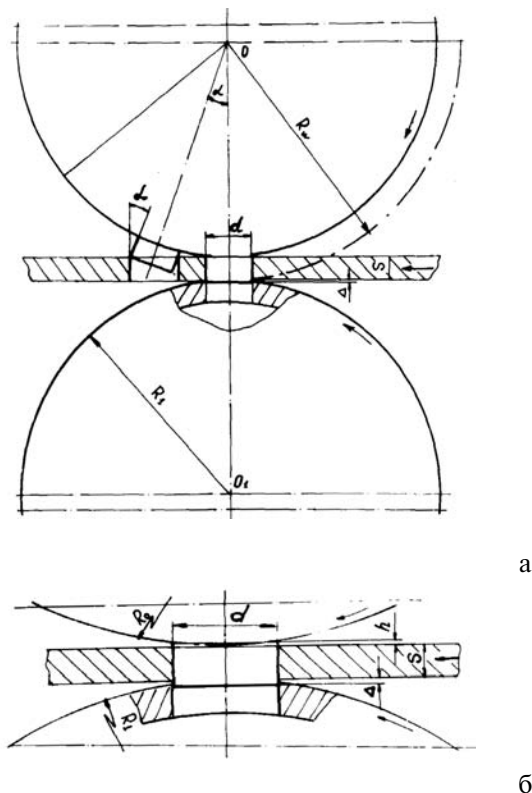


Рис.3.5. Схема к выводу формулы определения диаметра перфорационных валков

Из схемы к расчету диаметра перфорационных валков (рис.3.5 а) видно, что величина угла выхода пуансона изменяется в зависимости от толщины перфорированной полосы, диаметра перфорационных валков, размеров формы пробиваемых отверстий. Поэтому одним из важных условия получения качественных отверстий в полосе является уменьшение величины угла выхода пуансона из пробитого отверстия, достигаемое лишь при увеличении диаметра валков. Однако, это влечет за собой увеличение габаритов всей перфорационной установки.

Из геометрических соотношений схемы получена расчетная формула для определения диаметра перфорационных валков D по выступающим рабочим кромкам пуансонов:

$$D_w = \frac{2(S+\Delta)\cos\alpha - d \sin\alpha}{1-\cos\alpha} \quad (3.8)$$

где: S — толщина пробиваемой полосы, мм;

Δ — величина перекрытия пуансона и матрицы, мм ;

d — длина рабочей части пуансона в поперечном сечении валка, мм;

α — угол выхода пуансона из пробитого отверстия в полосе, град.

Показано, что когда пуансоны валка имеют плоское дно, а в поперечном сечении его стенки параллельны, для качественной пробивки с последующим выходом пуансона из полосы без смятия кромок отверстий необходимо, чтобы высота пуансона от валка до дна пуансона не превышала суммарного значения толщины полосы, величины захода пуансона в матрицу и расстояния от середины дуги, образованной стенками пуансона в поперечном сечении на окружности валка, до середины хорды, стягивающей эту дугу (рис. 3.5 б).

Экспериментально подтверждено, что при толщине пробиваемых полос 1-3 мм величина захода пуансона в матрицу A равна 0,5 мм, для 2-3 мм — 0,75 мм. И для 3-4 мм — 1 мм. Также установлено, что угол выхода пуансона из пробитого отверстия в полосе толщиной до 4 мм не должен превышать 9° .

3.2. Определение аналитических зависимостей между конструктивно-технологическими параметрами

С целью повышения качества перфорации полосы и стойкости врашающегося инструмента рассмотрен технологический процесс, когда перед приложением усилий пробивки полосу прогибают вдоль осевой плоскости валков в направлении, противоположном направлению пробивки (схема № 2), и при таком положении полосы (заготовки), осуществляют приложение усилия пробивки. С целью определения

параметров валковых механизмов перфорации исследуем аналитические зависимости, устанавливающие связь между размерами отверстий, диаметрами валков, перекрытием и зазорами между пуансоном и матрицей в процессе пробивки отверстия в полосе по схеме № 2 (рис. 3.5).

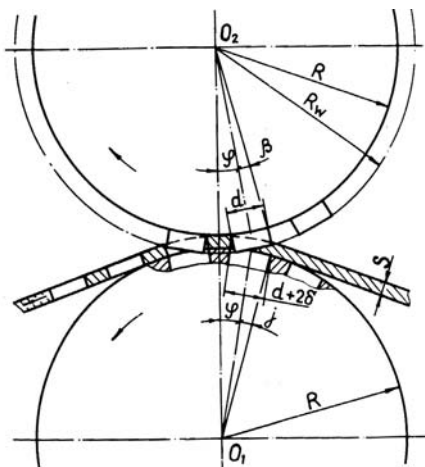


Рис. 3.5. Схема перфорации при огибании полосой валка с матрицей

Запишем уравнения прямых BB_1 и CC_1 проходящих через режущую кромку пуансона и кромку матрицы (рис. 3.6).

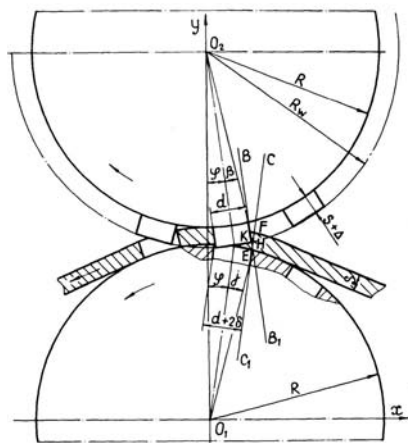


Рис. 3.6. К расчету конструкторских параметров перфорации полосы, изогнутой вокруг валка

Для случая, когда начало координат лежит в точке вращения вала с матрицами O_1 нормальное уравнение прямой, проходящей через кромку пуансона, имеет вид:

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi - A \sin \varphi - \frac{d}{2} = 0. \quad (3.9)$$

Уравнение прямой, проходящей через кромку матрицы:

$$x \cos \varphi - y \sin \varphi - \left(\frac{d}{2} + \delta \right) = 0 \quad (3.10)$$

Решая совместно (3.9) и (3.10), находим координаты точки Е пересечения прямых BB_1 и CC_1 ;

$$x = \frac{A \sin \varphi + d + \delta}{2 \cos \varphi} \quad (3.11)$$

$$y = \frac{A \sin \varphi - \delta}{2 \sin \varphi}, \quad (3.12)$$

где: A — межосевое расстояние между валком с пуансонами и валком с матрицами, мм;

φ — угол поворота пуансона и матрицы в процессе пробивки отверстия, град;

d — длина пуансона в поперечном сечении вала, мм;

δ — начальный односторонний зазор между пуансоном и матрицей, мм.

Зная координаты точки Е пересечения прямых BB_1 и CC_1 находим текущее расстояние КН от режущей кромки пуансона до кромки матрицы. Для удобства обозначений примем $КН = q$

$$q = \frac{x - R_w \sin(\varphi + \beta)}{\sin \varphi} \sin 2\varphi. \quad (3.13)$$

Значение глубины захода пуансона в полосу, согласно рис. 3.6 $HF = Z$

$$z = \frac{R_2 \sin(y + j) - x}{\sin \varphi} - \frac{x - R_w \sin(\varphi + \beta)}{\sin \varphi} \cos 2\varphi \quad (3.14)$$

Подставляя значения X в уравнение (2.13), получим:

$$q = A \sin \varphi + d + \delta - 2R_w \sin(\varphi + \beta) \cos \varphi. \quad (3.15)$$

Если принять $A = 2R + S$ и $R_w = R + S + \Delta$, где Δ — величина перекрытия пуансона и матрицы, мм, то уравнение (3.14) примет вид:

$$q = (2R + S) \sin \varphi + d + \delta - 2(R + S + \Delta) \sin(\varphi + \beta) \cos \varphi. \quad (3.16)$$

Если значение X подставить в (3.14) и принять $R_2 = R + S$, а $R_w = R + S + \Delta$, то оно примет вид:

$$z = (R + S) \sin(\varphi + j) + (R + S + \Delta) \sin(\varphi + \beta) \cos 2\varphi - \\ - [(2R + S) \sin \varphi + d + \delta] \operatorname{ctg} \varphi \quad (3.17)$$

Определив максимальные значения углов поворота φ для входа передней и выхода задней кромок пуансонов, а также выхода передней и входа задней, по полученным зависимостям можем определить значения Z и q в любой момент пробивки отверстия.

На основании расчета по формуле (3.17) для случая пробивки отверстия прямоугольной формы размерами 22 x 12 мм (перекрытие пуансона и матрицы Δ принято равным 1 мм; начальный односторонний зазор δ между пуансоном и матрицей составляет 0,1 мм) были выполнены расчеты координат пуансона и кромок матрицы в поперечном сечении вала. На основании расчета построены траектории кромок пуансона относительно соответствующих кромок матрицы для различных радиусов валков (рис. 3.7).

На основании анализа траектории кромок пуансонов построен график влияния радиуса валков на зазоры между кромками (рис. 3.8). Как видно из графика, при значениях радиусов валков более 300 мм можно работать с боковыми зазорами, равными 0,25 мм и менее по мере увеличения радиусов.

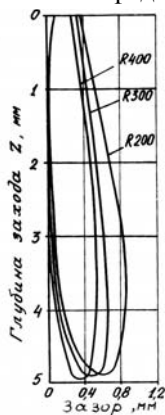


Рис. 3.7. Траектории кромок пуансона относительно кромок матрицы

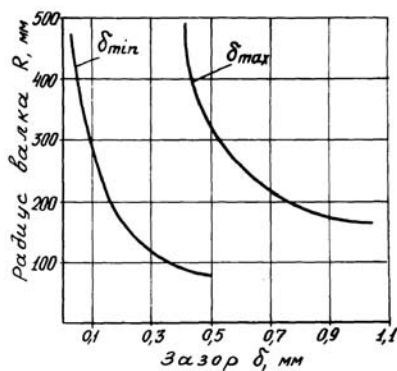


Рис. 3.8. Зависимость радиуса валка от зазора между кромками пуансона и матрицы

3.3. Безматричный способ перфорации полосового металла

С целью снижения трудоемкости изготовления и ремонта штамповочного инструмента путем исключения матриц из процесса перфорации полосового металла толщиной до 2,5 мм в вальках далее рассмотрим способ безматричной пробивки (рис. 3.9).

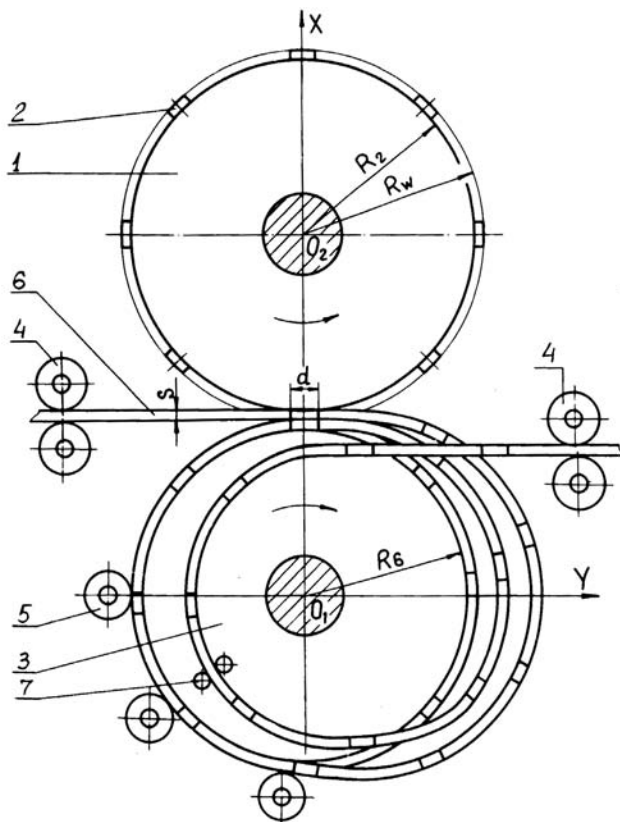


Рис. 3.9. Схема безматричного способа перфорации в вальках

При безматричном способе пробивки (авторское свидетельство № 6800243; авторы: С.В.Клепанда, В.И.Федосенко, Г.К.Крыжный, Г.Р.Хейфец и др.) перфорационное устройство содержит валок 1, несущий пуансоны 2, опорный валок 3, падающие ролики 4, узел обвода отперфорированного материала, включающий ролик 5, полосовую заготовку б, выводные ролики 7. Полосовая заготовка задается пода-

ющими роликами 4 в перфорационные валки 1 и 3 для перфорации. Перфорирование заключается в последовательной пробивке отверстий в полосовой заготовке с помощью пуансонов 2 и уже отперфорированного участка полосы, используемого в качестве матрицы.

Заранее отперфорированный конец материала обводится роликами 5, прижимается к поверхности вала 3 и подводится под материал, поступающий из рулона. В момент совмещения пуансона с отверстиями в отперфорированном материале пуансон 2 внедряется в полосу, а затем, перемещаясь вместе с заготовками, пробивает в нем отверстие.

Для точного определения траектории и описания движения пуансона при безматричной перфорации полосы введем прямоугольную систему координат XO_1Y (рис.3.10) с началом координат в точке O_1 .

Как отмечалось ранее, вращение обоих валков вокруг закрепленных подшипников рассматривается как обкатывание одного круга вокруг другого неподвижного. Отдельные точки пуансона описывают при этом эпициклоидные траектории.

Выведем уравнение движения точки P_1 принадлежащей пуансону, которая находится в начальный момент при величине угла $\varphi=0$, как показано на рис. 3.10.

В качестве параметра примем угол φ , на который поворачивается радиус окружности R_w с центром в точке O_2 проведенный к точке P_1 . тогда координаты точки P_1' можно вычислить по формулам:

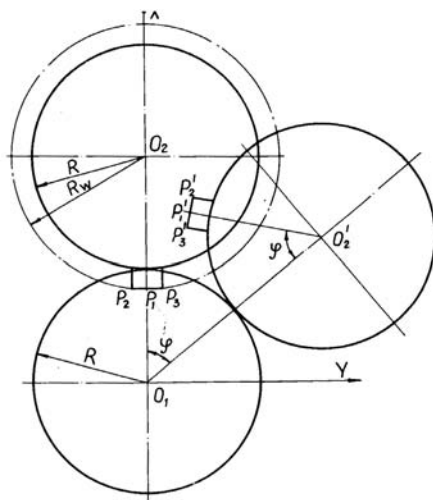


Рис. 3.10. Схема к анализу кинематики при безматричной перфорации

$$\begin{cases} x = 2R \cos \varphi - R_w \cos 2\varphi \\ y = 2R \sin \varphi - R_w \sin 2\varphi \end{cases} \quad (3.18)$$

Параметрическое уравнение движения точки P_2 представим в виде

$$\begin{cases} x = 2R \cos \varphi - R_w \cos 2\varphi + \frac{d}{2} \sin 2\varphi \\ y = 2R \sin \varphi - R_w \sin 2\varphi - \frac{d}{2} \cos 2\varphi \end{cases} \quad (3.19)$$

где: R — радиус основания валка с пуансонами, мм;

R_w — радиус валка в пуансонами по их выступающим кромкам, мм;
(принимая $R_w = R + S$);

d — длина пуансона в поперечном сечении валка, мм;

φ — угол поворота валка с пуансонами вокруг валка с полосовой заготовкой, град.

На рис. 3.11 показана связь между углом входа пуансона в полосовую заготовку α' и углом $\alpha' = 2\varphi_0$.

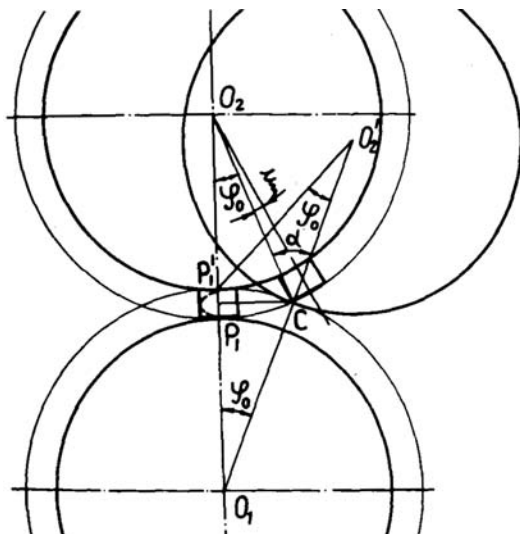


Рис. 3.11. Схема к расчету диаметров валков

Из рис. 3.11 получаем: φ_0 — угол, на который необходимо повернуть валки, чтобы точке P_1 заняла положение P_1' . Угол φ_0 находится на условия (3.18), если $V=0$.

После промежуточных преобразований получили выражения для φ_0

$$\varphi_0 = \arccos \left(1 - \frac{S}{2R} \right). \quad (3.20)$$

Координата X для точки P_1' :

$$X = 2R \left(1 - \frac{S}{2R} \right) - \left(R + \frac{S}{2} \right) \left[2 \left(1 - \frac{S}{2R} \right)^2 - 1 \right]. \quad (3.21)$$

После преобразования (2.21), пренебрегая членами $\frac{S^2}{R}, \frac{S^2}{2R}, \frac{S^3}{4R}$ как бесконечно малыми по сравнению с R и S , получаем:

$$X = R_w. \quad (3.22)$$

Чтобы учесть длину пуансона d , необходимо предположить, что угол α' входа передней кромки пуансона в полосовую заготовку зависит от угла запаздывания ξ :

$$\xi = \frac{d}{2R}. \quad (3.23)$$

В результате формула для определения угла α' входа пуансона в полосовую заготовку примет вид:

$$\alpha' = 2 \left(\arccos \left(1 - \frac{S}{R} - \frac{d}{2R} \right) \right) \quad (3.24)$$

На рис. 3.12 приведена зависимость диаметров перфорационных валков по выступающим кромкам пуансонов D_w от толщины пробиваемой полосовой заготовки S и угла входа пуансона в полосу α' при безматричном способе пробивки. Следует отметить, что приведенные на рис. 3.12 зависимости наиболее эффективные в применении к пробивке полосового металла толщиной до 2,5 мм, т.к. при безматричном способе перфорации заготовок толщиной более 2,5 мм происходит утяжка кромок отверстий, неполное отделение высечки от основной полосы, нарушение требуемой геометрии отверстия. Величина угла входа пуансона в заготовку α' находится в пределах от 6° до 17° , т.е. в диапазоне, при котором наблюдается качественная перфорация полосового металла.

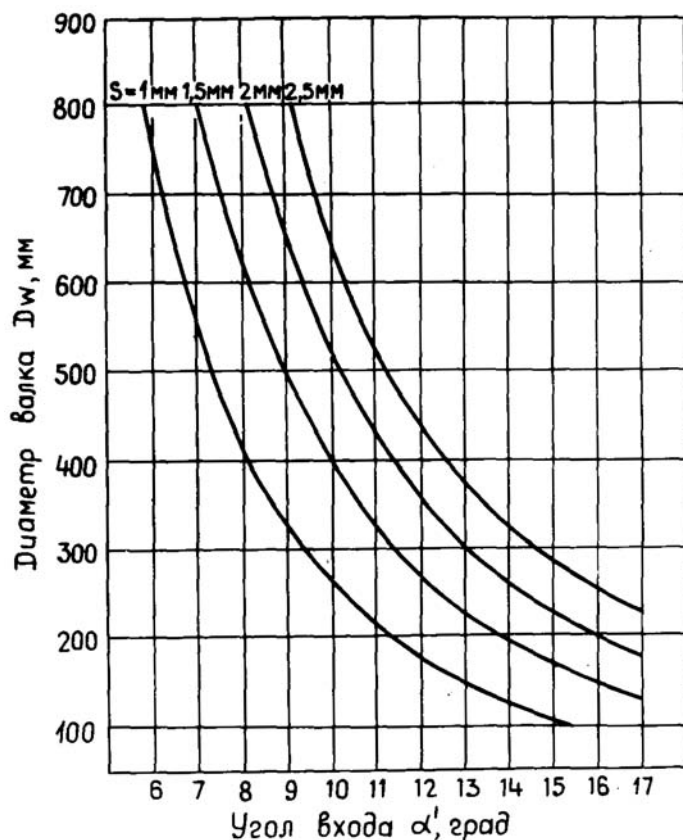


Рис. 3.12. Зависимость диаметров валков от толщины полосы и углов входа пуансона в заготовку

3.4. Анимационное моделирование формы рабочих поверхностей инструмента в зависимости от способа подачи полосы

В работе [39] установлено, что при пробивке отверстий в полосовой заготовке, в процессе вращения валка с пуансонами, последние совершают относительные движения в полосе, формируя профили отверстий. В результате эпициклоидные траектории инструмента и неменяющиеся зазоры между пуансоном и матрицей при движении валков приводят к пластической деформации кромок отверстий, образуя их утяжку.

Как показано на рис. 3.12, вращение валка с матрицами 1 и валка с пуансонами 2 вокруг скрепленных подшипников в станине клетки можно рассматривать как обкатывание одного круга вокруг другого неподвижного.

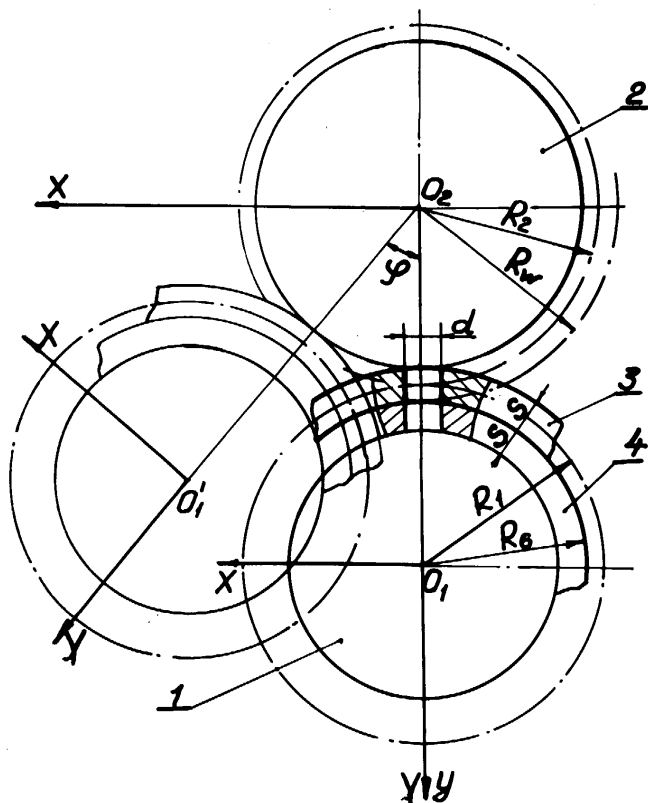


Рис. 3.12. Схема обкатывания валков при безматричной перфорации

Примем прямоугольную систему координат X_0Y_0 , связанную с валком с матрицами A_1 радиусом R_1 (рис. 3.13). Аналогично свяжем систему координат X_2Y_2 с валком с пуансонами A_2 . Пусть в некоторый момент времени фаза этого качения примет фиксированное положение, представленное на рис. 3.13. При этом центр принятой системы координат O_1 валка с матрицами A_2 переместится на величину угла поворота φ в точку O_1 , угол φ образован прямыми (O_1O_2) и (O_1O_2) .

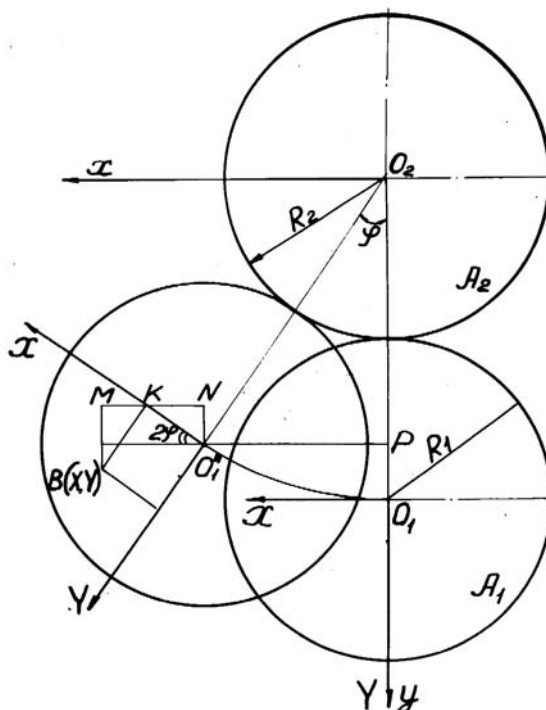


Рис. 3.13. Схема к расчету рациональной формы инструмента

Примем, что точка В в системе координат, связанной с валком с матрицами имеет координаты В(Х, Y). Найдем координаты точки В в системе координат $X_2O_2Y_2$, связанной с валком с пуансонами. Абсцисса точки В согласно рис. 3.13 находится по формуле $x = O_1'P + KN + MK$, или

$$x = X \cos 2\varphi + Y \sin 2\varphi + (R_1 + R_2) \sin \varphi. \quad (3.25)$$

Ордината точки В вычисляется по формуле $y = O_2'P + BM - O_1'N$, или

$$y = (R_1 + R_2) \cos \varphi + Y \cos 2\varphi - X \sin 2\varphi. \quad (3.26)$$

Объединяя (3.25) и (3.26) в систему уравнений и решая её относительно Х и Y, окончательно получаем формулы связи следующего вида:

$$\begin{aligned} X &= xC \cos 2\varphi - y \sin 2\varphi + (R_1 + R_2) \sin \varphi \\ Y &= x \sin 2\varphi + y \cos 2\varphi - (R_1 + R_2) \cos \varphi \end{aligned} \quad (3.27)$$

Формулы связи между координатами (3.27) далее будут положены в основу алгоритма описания формы рабочих поверхностей пуансонов.

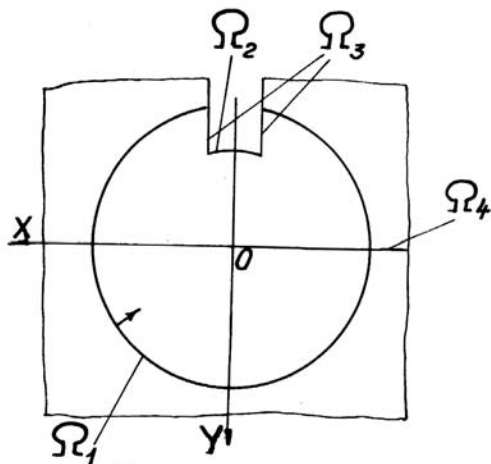


Рис. 3.14. Опорные области для описания контура отверстия

Поскольку далее будет представлено описание рациональной формы передней и задней рабочих поверхностей пуансонов, опишем контуры пробиваемого отверстия в заготовке. Для описания контура отверстия средствами теории R-функций [83] представим исходную графическую информацию об опорных областях (рис. 3.14) в виде:

$$\begin{aligned} \Omega_1: (R_G + S)^2 - X^2 - Y^2 &\geq 0, \\ \Omega_2: -(R_G - S)^2 + X^2 - Y^2 &\geq 0, \\ \Omega_3: d^2 - X^2 &\geq 0, \\ \Omega_4: -Y &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Составляем логическую формулу области Ω

$$\Omega = (\overline{\Omega_2 \cap \Omega_3 \cap \Omega_4}) \cap \Omega_1 \quad (3.29)$$

или после применения правила Де – Моргана получаем:

$$(\overline{\Omega_2} \cup \overline{\Omega_3} \cup \overline{\Omega_4}) \cap \Omega_1 \quad (3.30)$$

В результате получаем уравнение контура отверстия:

$$F(x, y) = \left[(R_6 + S)^2 - x^2 - Y^2 \right] \wedge \left[\overline{(x^2 + Y^2 - (R_6 - S)^2 \wedge (d^2 - x^2) \wedge (-Y))} \right] = 0 \quad (3.31)$$

Здесь \wedge — знак R — конъюнкции, например, такой $\alpha \wedge \beta = \frac{1}{2}[\alpha + \beta - |\alpha - \beta|]$.

Выражение (3.31) допускает упрощения, учитывая формулу Де — Моргана:

$$F = \left[(R_b + S)^2 - x^2 - Y^2 \right] \wedge \left\{ \left[(R_G - S)^2 - x^2 - Y^2 \right] \vee (d^2 - x^2) \wedge (-Y) \right\} = \quad (3.32)$$

$$= \left[(R_G + S)^2 - x^2 - Y^2 \right] \wedge \left\{ \left[(R_G - S)^2 - x^2 - Y^2 \right] \vee [x^2 - d^2] \vee Y \right\}$$

Здесь \vee — знак R — дизъюнкции, например такой $\alpha \vee \beta = \frac{1}{2}[\alpha + \beta + |\alpha - \beta|]$.

Следовательно, рабочее уравнение контура пробиваемого отверстия в заготовке и отверстия в подложке имеет вид:

$$\left[(R_G + S)^2 - x^2 - Y^2 \right] \wedge \left\{ \left[(R_G - S)^2 - x^2 - Y^2 \right] \vee [x^2 - d^2] \vee Y \right\} = 0 \quad (3.33)$$

Огибающая этого семейства и даст представление о форме рабочей поверхности вращающегося пуансона (параметром семейства является угол φ). Поиск огибающей усложняется тем, что семейство (3.33) описано аналитически сложной и громоздкой формулой. Поэтому будем использовать графические средства вычислительной техники.

Приведем программу расчета рациональной формы рабочих поверхностей пуансонов при перфорации полосового материала во вращающихся валках для схемы № 1. На рис. 3.15 изображены некоторые кадры анимации процесса перфорации.

```
S := 1: d := 1: R := 5: N := 7:
okr := circle([0,0], R, thickness=3):
# уравнение параметрического семейства
F := d - (x*cos(C) - y*sin(C) + C*R):
dF := diff(F,C):

# вычисление массива точек на профиле пуансона
for i from 0 to 50 do
C := -0.77+i/50:
s := fsolve({F=0, dF=0}, {x, y}):
assign(s); x; y;
xx[i]:=x: yy[i]:=y:
```

```

unassign('x'): x: unassign('y'): y:
end do:

# формирование контура пуансона
G := seq(line([xx[i],yy[i]],[xx[i+1],yy[i+1]],
  numpoints=500, thickness=4),i=0..49):
G1 := seq(line([-xx[i],yy[i]],[xx[i+1],yy[i+1]],
  numpoints=500, thickness=4),i=0..49):

# формирование мгновенных фаз положений отверстия
for i from 0 to N do
  C := -0.77 + 1.54*i/N:
  p := (a,b) -> (a+b-abs(a-b))/2:
  F := p(p(x*sin(C)+y*cos(C)-R,
    S - (x*sin(C)+y*cos(C)-R)),
    (x*cos(C)-y*sin(C)+C*R)^2 - d^2):
  kon := implicitplot(-F(x,y,C), x=-4..4, y=3..8,
    grid=[50,50], scaling=constrained,thickness=3,
    axesfont=[TIMES,ITALIC,20]): #, filled=true):

  Gr[i] := display(G, G1, okr, kon,
    axes=boxed,scaling=constrained, view=[-4..4,3..8]);
end do:

display(seq(Gr[i],i=0..N), scaling=CONSTRAINED,
  insequence=true, axesfont=[TIMES,ITALIC,20]);

```

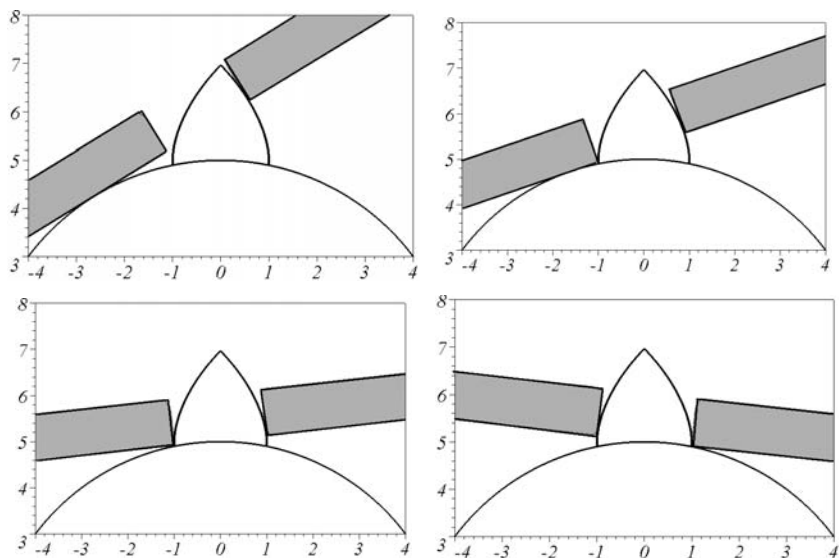


Рис. 3.15. Кадры анимационного изображения перфорации для схемы №1

Также приведем программу расчета рациональной формы рабочих поверхностей пуансонов при перфорации полосового материала во вращающихся валках и для схемы № 2. На рис. 3.16 изображены некоторые кадры анимации процесса перфорации.

```

S := 1:    d := 1:    R := 5:    N := 7:
okr := circle([0,0], R,
numpoints=500,thickness=3,scaling=CONSTRAINED):
F := d - (x*cos(2*C) - y*sin(2*C) + 2*R*sin(C)):
dF := diff(F,C):
for i from 0 to 40 do
C := -0.42+i*0.5/40:
s := fsolve({F=0, dF=0}, {x, y});
assign(s); x; y;
xx[i]:=x:    yy[i]:=y:
unassign('x'): x: unassign('y'): y:
end do:

G := seq(line([xx[i],yy[i]], [xx[i+1],yy[i+1]],
numpoints=500, thickness=4), i=0..39):
G1 := seq(line([-xx[i],yy[i]], [-xx[i+1],yy[i+1]],
numpoints=500, thickness=4), i=0..39):

for i from 0 to N do
C := -0.5 + i/N:
p := (a,b) -> (a+b-abs(a-b))/2:
F := p(R^2 - (x*cos(2*C)-y*sin(2*C)+2*R*sin(C))^2 -
(x*sin(2*C)+y*cos(2*C)-2*R*cos(C))^2,
(x*cos(2*C)-y*sin(2*C)+2*R*sin(C))^2 - d^2):
kon := implicitplot(-F(x,y,C), x=-4..4, y=3..8,
grid=[50,50], scaling=constrained,thickness=3,
axesfont=[TIMES,ITALIC,28], filled=true):

Gr[i] := display(G, G1, okr, kon,
axes=boxed,scaling=constrained,
view=[-4..4,3..8], axesfont=[TIMES,ITALIC,20]);
end do:

display(seq(Gr[i], i=0..N), scaling=CONSTRAINED,
insequence=true);

```

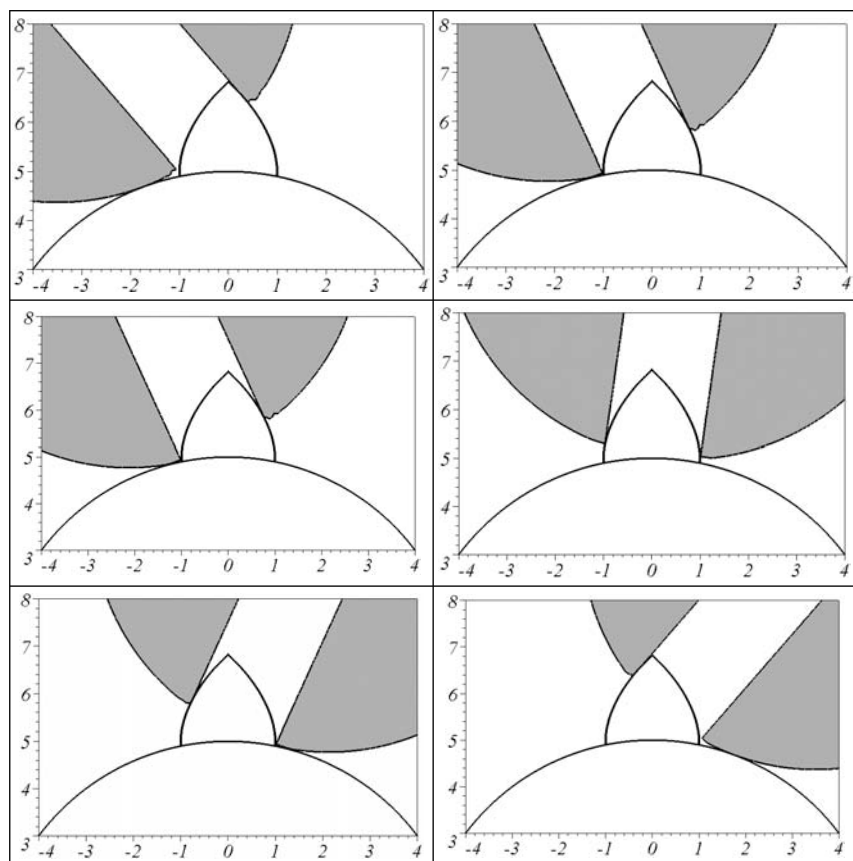


Рис. 3.16. Кадры анимации процесса перфорации по схеме № 2.

3.5. Алгоритм расчета пуансона для перфорации круглых отверстий

Приведем развернутый алгоритм, позволяющий спрофилировать пуансон для перфорации по схеме № 1 либо № 2 отверстие практически произвольной формы. Расчет производится по сечениям, ортогональным оси вращения вала. В основу расчетов положены два утверждения.

Утверждение 3.1. При фиксированном значении параметра C координаты точек на поверхности пуансона в случае схемы № 1 следует вычислять из системы уравнений

$$\begin{aligned} p - x \cos C + y \sin C &= CR; \\ y \cos C + x \sin C &= R \end{aligned} \quad (3.34)$$

Утверждение 3.2. При фиксированном значении параметра C координаты точек на поверхности пуансона в случае схемы № 2 следует вычислять из системы уравнений

$$\begin{aligned} p - x \cos 2C + y \sin 2C &= 2R \sin C; \\ y \cos 2C + x \sin 2C &= R \cos C \end{aligned} \quad (3.35)$$

В качестве примера рассмотрим случай, когда необходимо пробить круглые отверстия.

В программе вначале определяются основные параметры валковой перфорации: радиус вала R , радиус отверстия r , параметр секущей плоскости p , ортогональной оси вала (в нашем случае — это расстояние от края отверстия), а также N - количество точек на профиле пуансона.

R:=716.2: r := 20: p:= 2.5: N := 10:

Начало цикла: для N фиксированных значений параметра C вычисляются координаты точек на поверхности пуансона

for i from 0 to N do
C := 0.1-i*.3/N:

а) для схемы №1 (вычисляются координаты точек на профиле пуансона)

s2 := fsolve({sqrt(r^2-(r-p)^2)-
x*cos(2*C)+y*sin(2*C)-2*C*R=0,
x*sin(2*C)+y*cos(2*C)-R=0}, {x, y});
assign(s2); x; y;
x2[i]:=x: y2[i]:=y:

б) для схемы № 2 (вычисляются координаты точек на профиле пуансона)

unassign('x'): x: unassign('y'): y:
s3 := fsolve({sqrt(r^2-(r-p)^2)-
x*cos(2*C)+y*sin(2*C)-2*R*sin(C)=0,
2*x*sin(2*C)+2*y*cos(2*C)-2*R*cos(C)=0}, {x, y});
assign(s3); x: y:
x3[i]:=x: y3[i]:=y:

Конец вычислений в цикле:

unassign('x'): x: unassign('y'): y:
end do:

Далее подготавливается информация для вывода на экран профилей пуансонов для схем № 1 и № 2

```
G2 := seq(line([x2[i],y2[i]], [x2[i+1],y2[i+1]],
  numpoints=500, thickness=4, color=red), i=0..N-1):
G3 := seq(line([x3[i],y3[i]], [x3[i+1],y3[i+1]],
  numpoints=500, thickness=4), i=0..N-1):
```

Строится изображение профилей пуансонов и профиль валка

```
cir := circle([0,0], R,
  numpoints=500, thickness=3, scaling=CONSTRAINED):
display(G2,G3,cir, scaling=CONSTRAINED,
  view=[0..sqrt(r^2-(r-p)^2)+.5, R-1..R+16],
  axes=boxed, axesfont=[TIMES, ITALIC, 28]);
```

И в заключение производится вывод координат точек профиля пуансона в зависимости от величины параметра p :

```
print(`p = `, p);
for i from 0 to N do
  print(x2[i], ``, y2[i], ``, x3[i], ``, y3[i]):
end do
```

Пример. Рассчитаем профиль пуансона для параметров $R=716.2$; $r=20$ и $N=10$.

Для «центрального» сечения при $p=20$ получаем координаты и им соответствующее изображение, приведенное на рис. 3.17. На рисунке правее изображен контур, соответствующий схеме №1.

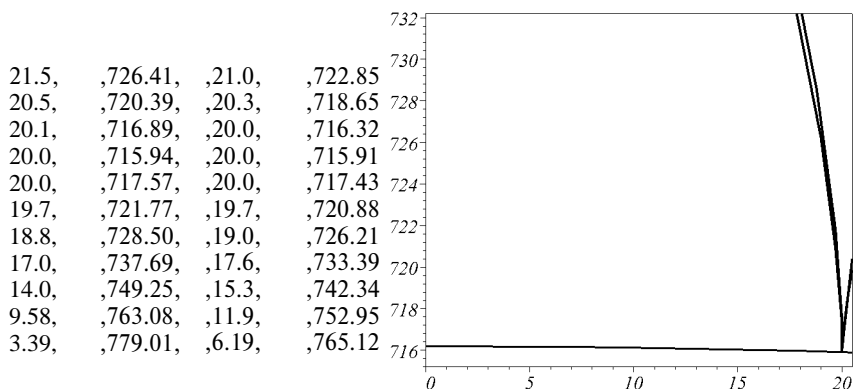


Рис. 3.17. Координаты и изображение пуансона при $p=20$

На рис. 3.18 — 3.21 приведены координаты и изображения для других значений p .

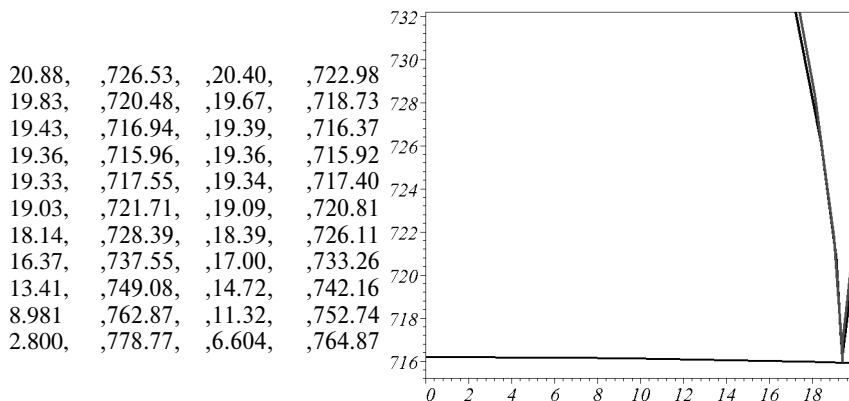


Рис. 3.18. Координаты и изображение пуансона при $p = 15$

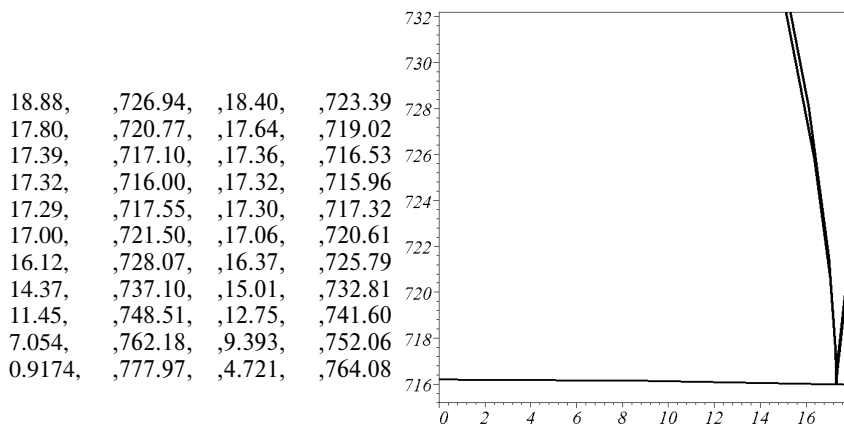
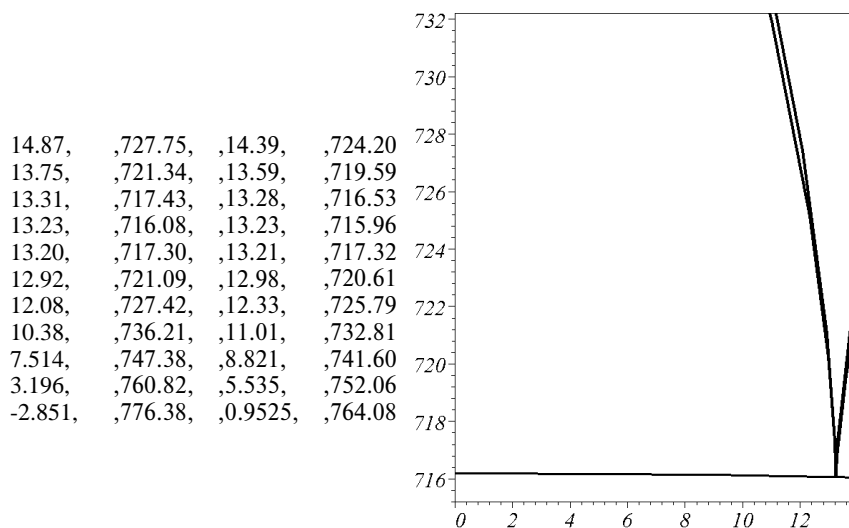
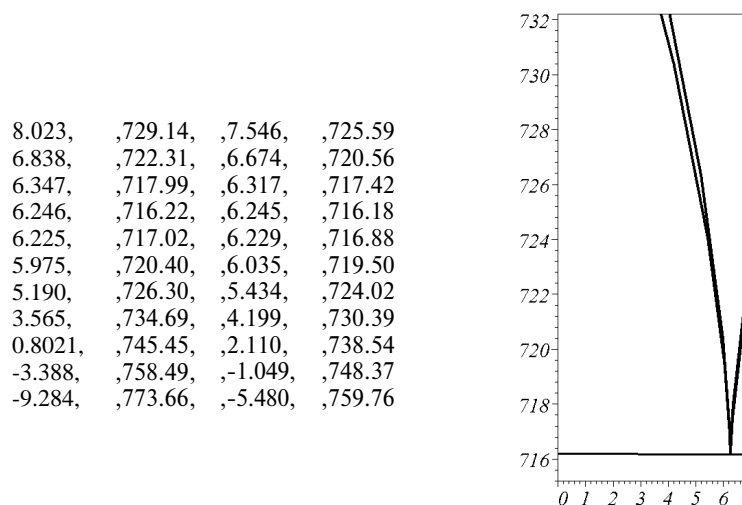


Рис. 3.19. Координаты и изображение пуансона при $p = 10$

Рис. 3.20. Координаты и изображение пуансона при $p = 5$ Рис. 3.21. Координаты и изображение пуансона при $p = 1$

Пользуясь приведенной программой можно спрофилировать пуансон для практически произвольного отверстия, представленного сечениями.

Выводы к разделу 3

1. Из анализа формулы (3.3) следует, что при определенных значениях скорости можно достичь таких условий перфорации, когда $X = 0$, т.е. точки A_1 и A_2 сближаются до совпадения, в результате чего устраняется нецилиндричность отверстия.
2. Максимальное отклонение формируемого профиля стенки отверстия от цилиндричности X наблюдается при скорости проскальзывания V основания вала с пуансонами относительно полосы равной нулю, при этом скорость кромки пуансона (точка A) отлична от нуля, что и приводит к максимальному отклонению X при $V = 0$.
3. Величина угла выхода пуансона изменяется в зависимости от толщины перфорированной полосы, диаметра перфорационных валков, размеров формы пробиваемых отверстий. Поэтому одним из важных условия получения качественных отверстий в полосе является уменьшение величины угла выхода пуансона из пробитого отверстия, достигаемое лишь при увеличении диаметра валков. Однако, это влечет за собой увеличение габаритов всей перфорационной установки.
4. Экспериментально подтверждено, что при толщине пробиваемых полос 1–3 мм величина захода пуансона в матрицу A равна 0,5 мм, для 2–3 мм – 0,75 мм. И для 3–4 мм – 1 мм. Также установлено, что угол выхода пуансона из пробитого отверстия в полосе толщиной до 4 мм не должен превышать 9° .
5. На основании анализа траектории кромок пуансонов построен график влияния радиуса валков на зазоры между кромками (рис. 3.8). Как видно из графика, при значениях радиусов валков более 300 мм можно работать с боковыми зазорами, равными 0,25 мм и менее по мере увеличения радиусов.
6. При безматричном способе перфорации заготовок толщиной более 2,5 мм происходит утяжка кромок отверстий, неполное отделение высечки от основной полосы, нарушение требуемой геометрии отверстия. Величина угла входа пуансона в заготовку α' находится в пределах от 6° до 17° , т.е. в диапазоне, при котором наблюдается качественная перфорация полосового металла.
7. В реальных случаях поиск огибающей параметрического семейства для выяснения формы рабочей поверхности вращающегося пуансона усложняется тем, что семейство обычно описано аналитически сложной и громоздкой формулой. Поэтому целесообраз-

-
-
- но использовать графические средства вычислительной техники. В частности, средства анимационной компьютерной графики.
8. Пользуясь приведенной программой можно спрофилировать пуансон для практически произвольного пробиваемого отверстия, представленного своими сечениями, ортогональными оси вращения валков.

РАЗДЕЛ 4

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА ПЕРФОРАЦИИ ПОЛОСОВОГО МЕТАЛЛА В ВАЛКАХ

4.1. Методика экспериментальных исследований

Цель исследования – подтверждение правомерности принятых при теоретических исследованиях допущений, проверка правильности результатов и аналитически полученных зависимостей, определение дополнительных данных для разработки конструктивно-технологических параметров перфорации в валках. При этом необходимо было изучить особенности перфорации полосового металла в валках и исследовать качество пробиваемых отверстий.

Экспериментальные исследования процесса перфорации выполнялись на опытно-промышленном трехклетьевом стане 1...4 x 50...300 конструкции СКИЗ. Данный стан оборудован двухвалковыми рабочими клетями (рис. 1.9) с двумя литыми стальными станинами закрытого типа.

Рабочие валки состоят из рабочего вала, установленного на подшипниках скольжения с бронзовыми вкладышами, несущего на себе блок пуансонов (на верхнем валу) и блок матриц (на нижнем валу). Подушки нижних валков установлены в окна станин на подкладках. Положение верхних валков регулируется с помощью нажимных винтов. Вит и гайка нажимного устройства имеют прямоугольную резьбу с шагом 8 мм. Гайки изготовлены из бронзы марки 0ЦС-6-6-3, а винты – из стали Ст.5. Привод нажимных винтов – ручной для каждого винта отдельно. Между собой винты не связаны.

Подъем и опускание верхнего валка происходит за счет того, что подушки с подшипниками, в которых он вращается, связаны с помощью болтов и специальных планок с нажимными винтами.

Для соединения нажимного винта с плавками на нижнем конце его имеется специальная заточка, в которую входят своими прорезями планки. На концах планок имеется отверстия, через которые проходят

шпильки, ввинченные в полушки верхнего вала. Регулировка силы прижатия подушек верхнего вала к нажимным винтам осуществляется гайками, которые навинчивается на шпильки. Под нажимные винты устанавливаются специальные стаканы, которые имеют сферическую поверхность.

Между дном стакана и нажимным винтом находится подпятник с выпуклой сферической поверхностью, применение сферической опоры между подшипниками верхнего вала и нажимным винтом позволяет перемещать верхний вал в вертикальной плоскости, проходящей перпендикулярно оси перфорации, не изгибая нажимного винта. Стаканы также служат и предохранителями. При увеличении нагрузки на валки с перфорационным инструментом выше допустимой, стакан ломается и предупреждает поломку валков.

Передача вращения от главного вала стана к рабочим валкам производилась через шестеренные клетки. Шестеренные клетки представляют собой коническо-цилиндрические редукторы, корпус которых сварной.

Коническая пара шестеренной клетки служила для отбора мощности с главного вала в соответствии с нагрузкой на эту клетку. Характерной особенностью конструкции конической пары является то, что ведущая шестерня насаживается на втулку, которая может скользить на длинной шпонке вдоль главного вала. Это позволяет передвигать шестеренную клетку вдоль фронта стана и устанавливать в необходимом месте.

Вторая шестерня конической пары насажена консольно на нижний вал шестеренной клетки и закреплена на нем с помощью шпонки и стопорного болта, конусное расстояние в конической паре шестерен подобрано таким, что можно менять шестерни, не изменяя положения подшипников.

Цилиндрическая пара шестеренной клетки состоит из двух прямоугольных колес с передаточным отношением $i = 2,5$, что соответствует соотношению между диаметрами профильных шайб верхнего и нижнего валков. Для уменьшения потери мощности на трение все валы шестеренной клетки установлены на подшипниках качения.

Передача вращения от шестеренных клеток к рабочим валкам осуществлялась с помощью шпиндельных устройств, каждое из которых состоит из двух муфт, насаженных нагорячо на концы рабочих валов и шестеренной клетки, вкладышей, изготовленных из бронзы, сухарей и плоских шпинделей.

Муфты растачивались таким образом, что вкладыши могли поворачиваться в пазах на некоторый угол. Лопасть шпинделя имела скругленную форму. Такая конструкция обеспечивала для шпинделей три степени свободы. Для предотвращения выпадения шпинделя из муфты на нее сверху надето кольцо с широким прорезом. В рабочем со-

стоянии паз на кольце повернут по отношению к пазу на муфте на 90° , таким образом, он перекрывает пазы муфты, предотвращая выпадение шпинделя. Положение кольца фиксируется с помощью планки, которая одной стороной входит в прорезь на муфту и двумя болтами крепится к кольцу.

Со стороны шестеренной клетки шпиндель может вращаться в двух плоскостях, но не имеет возможности передвигаться вдоль оси. Вращение шпинделя в двух плоскостях обеспечивается за счет применения вкладышей и сухаря. Вкладыши имеют возможность поворачиваться в пазах муфты. Вращение шпинделя в другой плоскости обеспечивается за счет того, что сухарь имеет цилиндрические хвостовики, которые свободно вращаются в отверстиях вкладышей.

Для более надежной посадки муфт и фиксации их положения через муфты в вал вставлены калиброванные болты с гайками. Применение такой конструкции шпинделей позволяет передавать большие крутящие моменты и иметь угол перекаса до 33° , что особенно важно, когда в потоке профилигибочного стана одновременно совмещаются две операции профилирования и перфорация полосового металла.

В качестве пускового профиля, изготавливаемого на профилигибочном агрегате 1...4 x 50...300 металла был определен перфорированный швеллер 70 x 40 x 3 с отверстиями овальной и круглой формы из стали Ст.3 ГОСТ 380-71.

Размеры отверстий овальной формы по большой оси 22 мм, по малой – 12 мм с радиусом округления боковых кромок 6 мм. Отверстия круглой формы диаметром 12 мм предельные отклонения шага перфорации не должны превышать $\pm 0,2$ мм.

Исходя из вышеперечисленных требований к пробиваемым отверстиям в полосе были проведены экспериментальные исследования энергосиловых параметров процесса перфорации в валках,

С целью определения влияния зазора на усилие перфорации и выбора его оптимальных значений для полос толщиной 1; 2; 3 и 4 мм перфорирование производилось с относительным зазором от 2 до 40 % (односторонний зазор составляет 0,04; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 мм). Величина относительного зазора $z_{\text{отн}}$ между пуансоном и матрицей определяется из выражения:

$$z_{\text{отн}} = \frac{H_m - H_n}{S} \cdot 100\%, \quad (4.1)$$

где H_m – размер отверстия матрицы, мм;

H_n – размер пуансона, мм;

S – толщина перфорируемой полосы, мм.

В качестве перфорируемого материала использовалась рулонная полоса указанных выше толщин из стали марки Ст.3 ГОСТ 380-71, которая в процессе пробивки огибалась вокруг вала в матрицах. Форма пробиваемого отверстия – круглая. Диаметр отверстия 12 мм. Материал пуансона и матрицы – сталь У8А ГОСТ 1435-74 термообработанные до твердости в пределах HRC 54-58. Поверхность пуансонов шлифовали, рабочие отверстия матриц изготавливали с конусным отношением 1:100. Зазор изменялся за счет размера матриц путем переточки. Определение влияния толщины полосы на усилие пробивки и крутящие моменты осуществлялось применительно к двум способам перфорации полосы вращающимся инструментом.

В первом случае полоса огибалась вокруг вала с матрицами и в ней во вращающихся валах с пуансонами и матрицами пробивались отверстия. Второй способ предусматривал безматричную пробивку отверстия в полосовой заготовке. С этой целью были выбраны полосовые заготовки из стали Ст.3 толщиной 1; 1,5; 2; 2,5 и 3 мм. При огибании полосой валков с матрицами относительные зазор между режущими кромками пуансона и матрицы составлял 20%.

В обоих случаях пробивали отверстия овальной формы в один ряд размерами по большей оси 22 мм, по меньшей 12 мм с радиусом округления боковых кромок 6 мм. Скорость вращения перфорационных валков была равна 30 об/мин.

Одним из наиболее универсальных в широко распространенных приборов для измерения деформаций является проволочный тензодатчик сопротивления. Он может применяться для измерения деформаций в широком диапазоне – от $3 \cdot 10^{-5}$ до $3 \cdot 10^{-3}$, дает возможность измерения в динамике, имеет малые размеры и малое внутреннее сопротивление (что уменьшает восприимчивость к помехам), обеспечивает высокую точность измерения (2-3%). Кроме того, промышленностью выпускается много различной аппаратуры, обслуживающей тензодатчики сопротивления. Осциллограммы, получаемые с ее помощью, имеет унифицированный формат, что позволяет обрабатывать их на ЭВМ.

В силу этих обстоятельств, применяемая методика базируется, в основном, на использовании тензодатчиков сопротивления, благодаря чему измерительная аппаратура при различных экспериментах не меняется. Изменять приходится лишь первичные устройства, вырабатывающие сигнал измерения и передающие его на вход измерительной аппаратуры,

В работе были применены проволочные датчики сопротивления ГПКБ-20-200хБ. Был проведен отбор датчиков из одной партии по величине электрических сопротивлений. Наклейку датчиков на по-

верхность измерительных устройств (месдоз, шпинделей), тарировку устройств и дальнейшую обработку результатов измерений выполняли в предположении, что все отобранные датчики имеют одинаковый коэффициент тензочувствительности $k = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l}$, (где R и ΔR соответственно электрическое сопротивление датчика и его приращение, l и Δl — длина датчика и ее приращение).

Измерение усилий перфорации выполнялось с помощью месдоз, установленных под нажимные винты клеток стана. Применялись месдозы мембранного типа, которые мало чувствительны к перекоосу подушек валков и к установке не по центру нажимного винта клеток. Месдозы тарировались непосредственно в клетки стана с помощью динамометра ДОСМ-5. По данным тарировки строились тарировочные графики и по ним производилась расшифровка результатов измерений.

Измерение крутящих моментов производилось с помощью тензодатчиков, наклеенных на шпиндель. При скручивании шпинделя наибольшие поверхностные деформации направлены по двум взаимно-перпендикулярным осям, наклоненным под углом 45° к оси шпинделя. По каждой из этих осей на шпиндель наклеиваются два датчика, соединенных последовательно, которые образуют одно из плеч полумоста (рис.4. 1). Съем сигналов с вращающегося шпинделя осуществляется при помощи струнного токосъемного устройства. Шпиндели тарировались с помощью тарировочной балки длиной 3 м, одеваемой на свободный конец валка и подвешивая к ней тарировочные грузы. По данным тарировки строился тарировочный график (рис.4. 2).

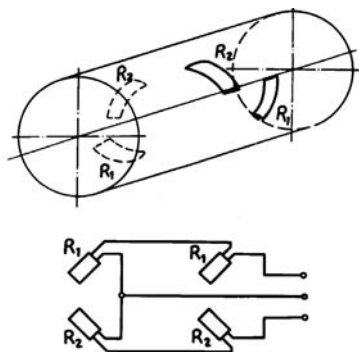


Рис.4.1. Схема наклейки тензо-датчиков и их подключение

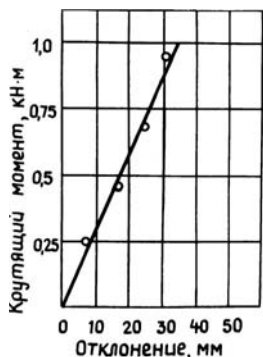


Рис. 4.2. График тарировки шпинделя

Износостойкость перфорационного инструмента (пуансонов и матриц) исследовали в зависимости от материала, частоты вращения валков, величины зазора. С этой целью применяли валки с блоками пуансонов и матриц из сталей трех марок У8А, Х12М, ШХ15 с твердостью после термообработки HRC 56-58. Исследования проводили при перфорации рулонной полосы из стали Ст.3 толщиной 2,5 мм. Перед перфорацией применяли смазку полосы индустриальным маслом 20 по ГОСТ 1707-51 с двух сторон.

Передние и задние рабочие поверхности пуансонов выполняли с поднутрением под углом 4° . Стойкость пуансонов и матриц определялась количеством отверстий, пробитых одним пуансоном до появления заусенца высотой 0,6 мм. Износ пуансонов определяли по затуплению передних режущих кромок пуансонов, последние изнашиваются быстрее задних кромок и режущих кромок матриц, так как осуществляют не только пробивку, но и перемещают полосу по ходу ее движения. Износ передней кромки пуансона измеряли на большом инструментальном микроскопе с точностью до 0,001 мм в пестах соответственно схеме (рис. 4.3).

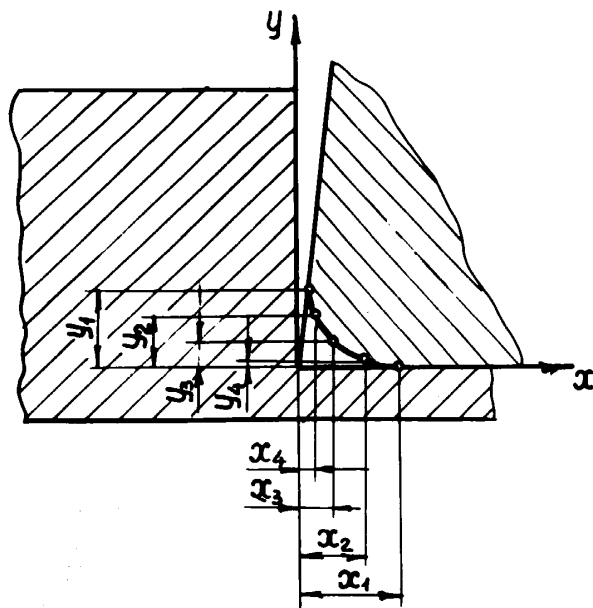


Рис. 4.3. Схема изменения износа передней рабочей кромки пуансона

Исследование структуры в зонах пробитых отверстий в полосовом металле проводили по безматричному способу валковой перфорации. Досматривались участки непрерывной полосы с предварительно пробитыми отверстиями, которые выступают в роли матриц и являются подложкой, а также участки полосы, являющиеся заготовками, которые накладываются на подложку и в них пуансонами производится перфорация. Таким образом, можно было выявить различные в степени наклепа и как результат проследить характер изменения микротвердости в идентичных зонах предварительно пробитых отверстий подложки, которые подвергаются силовому воздействию со стороны пуансона и перфорируемой полосы, а также отверстий пробитых непосредственно в заготовке. Эксперименты проводили на полосах из сталей Ст.3, 10кп и 10пс ГОСТ 380-71 толщиной 1; 1,5; 2 мм. Механические свойства вышеперечисленных марок сталей приведены в табл.4.1. В полосовых заготовках из этих сталей пробивали отверстия овальной формы размерами 22 x 6 мм.

Таблица 4.1.

Механические свойства сталей

Марка стали	Сопротивление срезу, МПа	Предел прочности, МПа	Относительное удлинение, %	Микро твердость
Ст. 3	340	500	25	1270
10кп	270	330	33	1080
10пс	250	300	36	780

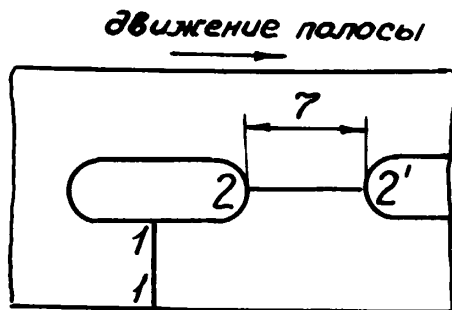


Рис.4.4.Схема вырезки образцов

Для определения глубины наклеванного слоя и степени наклепа вырезали образцы из перфорированных заготовок и подложек. Микротвердость образцов на участках 1-1 и 2-2 (рис. 4.4) определяли на приборе ПМТ-3 вдавливанием алмазной пирамидки вод нагрузкой 25 г. Линейную величину отпечатка измеряли при увеличении в 487 раз. В зоне

пробитого отверстия замеры проводили через 0,1 - 0,15 мм и через 0,2 - 0,3 мм по мере удаления от его кромки.

4.2. Влияние толщины полосы на усилие перфорации и крутящие моменты

Полученные в результате исследований [41] осциллограммы усилий перфорации были проанализированы, и по ним был построен график изменения усилий перфорации от толщины пробиваемой полосы (рис. 4. 5). Для способа перфорации полосы, изогнутой вокруг вала с матрицами, как и для способа безматричной пробивки, характерно возрастание усилий перфорации с увеличением толщины полосы. Однако, при перфорации полосы металла безматричным способом требуется усилия, в среднем в 2 раза больше, чем при пробивке отверстий в полосе изогнутой вокруг вала с матрицами [41]. Возрастание усилий перфорации при безматричном способе объясняется отсутствием зазора между пуансоном и отверстием подложки, а также потерями на пластическую деформацию участка полосы-подложки.

На рис. 4.5 приведена расчетная зависимость усилия перфорации от толщины полосы: а) — при огибании полосой вала с матрицами; б) — при безматричном способе; в) — полученная теоретически в работе [41]. Расхождение теоретических данных с экспериментальными находится в пределах 15-20%.

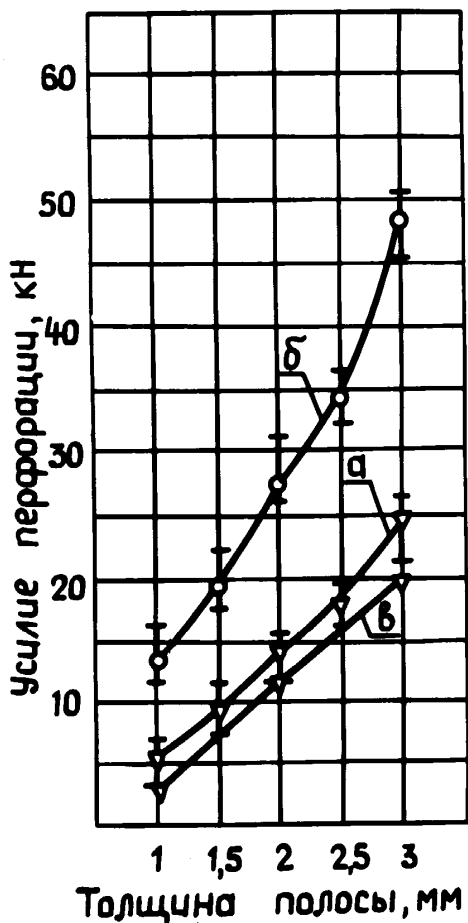


Рис. 4.5. Зависимости усилий перфорации от толщины листового материала

Анализ крутящих моментов также показывает их увеличение при перфорации полосы безматричным способом. Для обоих способов перфорации характерно увеличение крутящего момента на верхнем шпинделе (примерно на 25-30%), т.к. верхний валок несет пуансоны и выполняет большую работу. При пробивке одного отверстия безматричным способом на полосе толщиной 1 мм крутящий момент равен 190 Н·м, при 2 мм величина крутящего момента составляет 370 Н·м, при 3 мм – 660 Н·м. Для обычного способа пробивки изогнутой полосы во вращающихся валках с пуансонами и матрицами величина крутящего момента при толщине полосы 1 мм составляет 100 Н·м, при 2 мм – 190 Н·м, при 3 мм – 330 Н·м [41]. Поэтому при проектировании валковых механизмов для перфорации полосового материала безматричным способом следует учитывать повышенные значения энергосиловых параметров по сравнению с обычной пробивкой отверстий в полосе, изогнутой вокруг валка с матрицами.

Далее рассмотрим влияние величины относительного зазора на усилие перфорации. При перфорации полосового металла во вращающихся валках начальный зазор между пуансоном и матрицей оказывает существенное влияние на усилие перфорации, а также на качество пробиваемых отверстий.

Изменение значений усилий перфорации в зависимости от относительного зазора и толщины полосы показано на рис. 4.6. Из рисунка видно, что величина относительного зазора оказывает влияние на усилие перфорации. В результате эксперимента было установлено, что наименьшее усилие перфорации при качественной пробивке имеет место при относительных зазорах от 20 до 30%, обеспечивает качественную пробивку отверстий. При относительных зазорах от 70 до 30% качество пробиваемых отверстий находится в пределах технических условий на готовый профиль (высота заусенца не превышает 0,6 мм).

При зазорах свыше 30% на кромках отверстия полосового металла образуются заусенцы, величина которых больше допустимых по техническим условиям. Возрастание усилий перфорации при меньших зазорах объясняется особенностями механизма пластического деформирования при перфорации в валках.

В процессе перфорации силы, приложенные к перфорируемой полосе со стороны пуансона и матрицы, образуют момент, равный произведению равнодействующих элементарных сил, действующих со стороны пуансона и матрицы на плечо, превышающему величину зазора. При меньшем зазоре меньше плечо, а следовательно, и величина изгибающего момента, благодаря чему уменьшается изгиб перфорируемой полосы в процессе деформирования. Вследствие этого, снижа-

ется влияние растягивающих напряжений, сужается зона пластической деформации и возрастает концентрация нормальных напряжений у режущей кромки, в результате чего и увеличивается усилие перфорации.

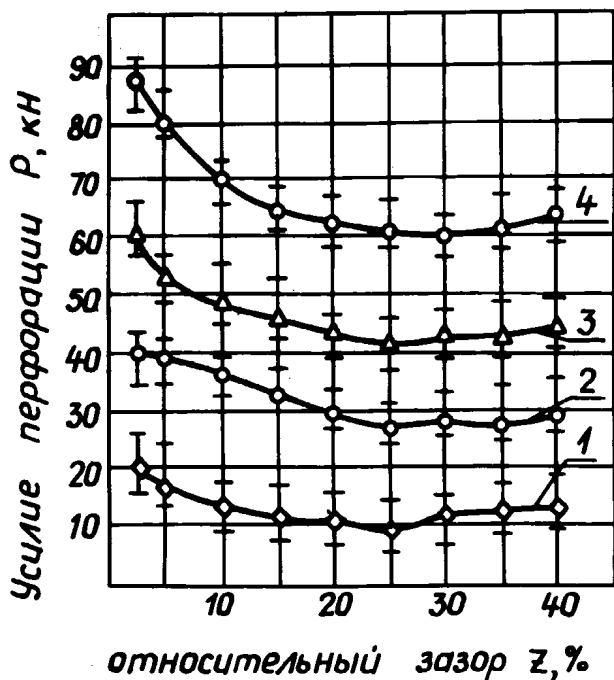


Рис. 4.6. Зависимости усилия перфорации от величины относительного зазора при пробивке отверстий в полосе из стали Ст.3 толщиной 1(1); 2(2); 3 (3) и 4(4) мм

Результаты экспериментальных исследований усилий при перфорации в валках показали, что изменение величины относительного зазора при перфорации полосовой стали приводит к изменению усилий, а изменение скорости вращения перфорационных валков не вызывает заметного увеличения усилия.

4.3. Влияние формы рабочего инструмента на усилие перфорации

В работе было исследовано влияние формы рабочего инструмента на усилие перфорации при использовании перфорационных валков

диаметром 300 мм. При исследовании были использованы два комплекта пуансонов и соответствующих им матриц прямоугольной и овальной формы [42].

Размеры пуансонов овальной формы по малой оси составляли 7 мм, по большой - 28 мм с радиусом округления боковых кромок 3,5 мм. Перфорирование производили при одинаковой величине относительного зазора — 15%. В качестве заготовки использовали полосу толщиной 2,5 мм из стали Ст.3 при этом частота вращения валков составляла $0,24 \text{ с}^{-1}$.

В таблице 4.2 приведены результаты усилия перфорации в зависимости от формы инструмента и угла поворота валков.

Таблица 4.2.

Зависимость усилия перфорации от формы инструмента

Угол поворота валков, град.	Усилие перфорации, кН	
	Прямоугольное отверстие	Овальное отверстие
10	0	0
9	8,6	5,5
8	19,5	16,0
7	11,5	12,5
6	10,8	10,8
5	10,8	10,8
4	10,8	10,8
3	10,8	10,8
2	12,6	10,8
1	0	0

Таким образом, установлено, что форма инструмента существенно влияет на усилие перфорации в начале входа пуансона в полосу. При этом максимальное усилие при перфорации полосы овальным пуансоном составляет 16 кН, а прямоугольным 19,5 кН, что согласуется с результатами работы [42].

Увеличение усилия перфорации при пробивке отверстий прямоугольной формы по сравнению с овальной объясняется тем, что площадь разделения части металла полосы в начальный момент равна ширине пуансона.

Перфорация пуансонов овальной формы начинается с врезания верхней округленной рабочей кромки с постепенным внедрением ее не всей ширине. После вреза в металл как прямолинейного, так и овального пуансонов усилие перфорации становится стабильным и сохраняется до выхода пуансона из полосы.

Процесс перфорации в валках аналогичен процессу резания, характерной особенностью которого является движение частиц металла в одной плоскости. При перфорации в валках деформирование полосовой заготовки осуществляется вращающимся рабочим инструментом. Пуансоны не только пробивают отверстия в полосе, но и продвигают её вперед по ходу технологического процесса. Отверстия пробиваются не сразу по всему контуру, а постепенно, по мере поворота на величину распространения очага деформации, возникавшего между режущими кромками рабочего инструмента и заготовкой. В процессе захвата полосы перфорационными валками вырезаемая часть отделяется от заготовки в результате относительного смещения валков в противоположном друг другу направлении.

Это смещение в начальной стадии характеризуется пластическим деформированием, а завершается обязательным разрушением, характер которого зависит от ряда технологических факторов и определяет качество перфорации. Чтобы уменьшить искажение заготовки, вызываемое пластическими деформациями, очаг деформации локализуют путем уменьшения радиусов закругления рабочих кромок инструмента и зазора между пуансоном и матрицей. Наличие положительного зазора приводит к возникновению деформации изгиба в результате приложения сил со стороны пуансона и матрицы на плече, размер которого несколько больше, чем зазор.

Вследствие этого нормальные напряжения на контактных поверхностях распределены неравномерно, что вызывает неравномерность деформации в слоях, параллельных плоскости перфорируемой полосы по всей ее толщине. Максимальная величина деформаций будет наблюдаться вблизи режущих кромок инструмента, по мере удаления от них величина деформации уменьшается.

Из схемы процесса перфорации в валках видно, что в начальный момент пуансон врежется в заготовку переднее рабочей кромкой с одновременным надрезом двух угловых участков. После пробивки передней кромки отверстия металл распределяется на боковых участках с постепенным углублением в него рабочего инструмента. Этот период, составляющий по времени основную часть процесса перфорации, является установившимся и продолжается. До начала врезания в металл полосы задней рабочей кромки пуансона.

Как показали экспериментальные исследования процесса перфорации [107], а также анализ деформации координатной сетки, нанесенной на торцевую поверхность полосы перед пробивкой отверстия, в начальный момент внедрения пуансона деформация сосредотачивается у режущих кромок инструмента. Затем по мере углубления инс-

трумента в металл, очаги деформации, идущие от пуансона и матрицы навстречу друг другу, смыкаются, вызывая при этом во всей толщине пластическую деформацию, обуславливающую смещение одной части заготовки относительно другой. Учитывая, что период начала внедрения пуансона в заготовку является одним из определяющих с точки зрения интенсивности напряженно-деформированного состояния металла и максимальных энергосиловых параметров, поэтому нами рассмотрен наиболее часто встречающийся процесс прорезания прямоугольного отверстия.

В первый момент пуансон врезается в боковую гравь полосовой заготовки шириной B и надрезает на углах два участка длиной $S/\operatorname{tg}\alpha$. Следовательно, в этот момент полоса одновременно пробивается плоской и наклонной рабочими частями пуансона.

Величина усилия для плоской части пуансона определяется по расчетной формуле:

$$P_{\Pi} = b \cdot s \cdot \sigma_{cp} \quad (4.2)$$

где b — ширина прорезаемого отверстия;

S — толщина полосы;

σ_{cp} — сопротивление срезу.

Для случая пробивки отверстий овальной формы начальное усилие разбиваемое передней кромкой пуансона принимается равным $(0,7-0,8) P_{\Pi}$

Как известно, технологическое усилие резки является функцией площади среза и сопротивления материала резанию, следовательно, для случая перфорации в валках площадь среза будет зависеть от толщины полосы и угла захода пуансона в заготовку.

При определении усилия для наклонной части пуансона рассмотрим схему процесса перфорации в валках, приведенную на рис. 4.2. На схеме видно, что перфорируемый полосовой металл соприкасается с пуансоном по дуге АВ, однако из-за небольшого угла захода (α не более 9°) и незначительной длины дуги по сравнению с радиусом перфорационных валков по выступающим кромкам пуансонов R_w приравниваем эти дуги в соответствующим хордам. Треугольник ABC представляет собой площадь, которую пуансон врезает в момент поворота. Выделим в этом треугольнике бесконечно малый элемент площади среза d_s , находящийся на расстоянии y'_1 от точки В. Тогда усилие, необходимое для разрезки элемента d_s шириной dy на глубину h'_1 будет равно:

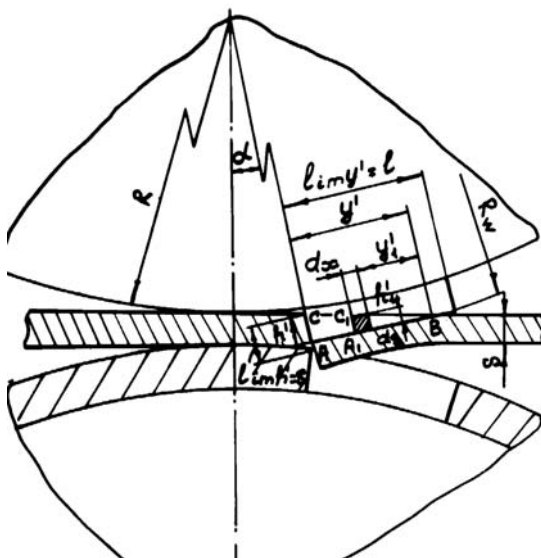


Рис. 4.2. Схема к расчету усилия перфорации

$$dP_n = h'_1 dy \sigma_{cp} \quad (4.3)$$

Рассматривая подобие треугольников ВАС и ВА₁С₁ получем пропорцию $\frac{h'}{h'_1} = \frac{y'}{y_1}$ или $h'_1 = \frac{h'y'}{y'}$. Подставив полученное значение h'_1 в выражение (4.3), получим

$$dP_n = \frac{h'y}{y'} dy \sigma_{cp} \quad (4.4)$$

В процессе поворота валков пуансон врезается в полосу, следовательно, величина h' будет постоянно увеличиваться до размера толщины полосы, т.е. $\lim h' = S$. Тогда очевидно, что $\lim y' = \frac{S}{\tan \alpha} = l$, где l – длина участка при внедрении пуансона на всю толщину полосы. Таким образом:

$$P_n = \int_{y=0}^{y=l} \frac{S}{l} y dy \sigma_{cp} = \left[\frac{S}{l} \cdot \frac{y^2}{2} \sigma_{cp} \right]_{y=0}^{y=l} = \frac{S \cdot l \cdot \sigma}{2}. \quad (4.5)$$

Подставляя в выражение (4.5) значение l получим окончательно формулу расчета усилия для наклонной части пуансона:

$$P_n = \frac{S^2}{2tg\alpha} \cdot \sigma_{cp} \quad (4.6)$$

Полное усилие для начала внедрения пуансона в полосу находим путем суммирования выражений (4.2) и (4.6):

$$P = \left(b + \frac{S}{2tg\alpha} \right) S \sigma_{cp} \cdot k, \quad (4.7)$$

где k — коэффициент, учитывающий притупление режущих кромок и неравномерность распределения зазоров между пуансоном и матрицей, $k = 1.1 \div 1.3$

Анализ выражения (4.7) показал, что усилие внедрения пуансона в металл прямо пропорционально прочностным характеристикам перфорируемого металла, площади контакта рабочего инструмента с полосой, размерам отверстий, а также зависит от коэффициента k .

Таким образом, выражение (4.7) позволяет определить максимальное усилие перфорации в момент захода пуансона в заготовку при пробивке одного отверстия.

При одновременной пробивке нескольких отверстий следуя в выражении (4.7) добавить множитель, определяющий число отверстий.

Зная усилие, можно определить величину суммарного крутящего момента, необходимого для перфорирования:

$$M_{перф} = M_{кр} + M_{тр} + M_{nn}$$

где $M_{кр}$ — момент, который необходимо приложить на шпиндель вала с пуансонами.

$M_{тр}$ — момент сил трения в подшипниках рабочей клетки

M_{nn} — момент, необходимый для дополнительного перемещения полосы связанный с преодолением усилий

Момент на шпинделе вала с пуансонами:

$$M_{кр} = P \cdot R \cdot \sin \alpha$$

где $R \cdot \sin \alpha$ — величина, определяющая плечо максимального усилия перфорирования относительно центра вращения блока пуансонов.

Момент от сил трения в подшипниках рабочей клетки:

$$M_{тр} = 2P \frac{d_{cp,n}}{2} \mu_n$$

где $d_{cp,n}$ — средний диаметр подшипников;

μ_n — коэффициент трения качения в подшипниках.

Момент дополнительного перемещения полосы:

$$M_{\text{ит}} = 2P \cdot \mu$$

где μ – коэффициент трения металла полосы о валки.

При известных величинах крутящего момента или работы перфорации можно определить необходимую мощность электродвигателя из выражения:

$$N_{\text{ДВ}} = \frac{\sum M_{\text{перф}} \cdot n_{\text{перф}}}{9750 \cdot \eta} \quad (4.8)$$

где $M_{\text{перф}}$ – суммарный крутящий момент перфорации;
 n – число оборотов перфорационных валков, об/мин;
 η – КПД клетки станка $\approx 0,6$.

Таким образом, приведенные формулы определения усилий и крутящих моментов при перфорации во вращающихся валках позволят выбрать существующее или перфорации проектируемое оборудование при разработке технологического процесса при производстве перфорированных гнутых профилей.

Выводы к разделу 4

1. Анализ графика изменения усилий перфорации от толщины пробиваемой полосы (рис. 4.5) показал, что для способа перфорации полосы, изогнутой вокруг вала с матрицами, как и для способа безматричной пробивки, характерно возрастание усилий перфорации с увеличением толщины полосы. Однако, при перфорации полосы металла безматричным способом требуется усилия, в среднем в 2 раза больше, чем при пробивке отверстий в полосе изогнутой вокруг вала с матрицами.
2. При пробивке отверстия безматричным способом на полосе толщиной 1, 2 и 3 мм крутящий момент равен, соответственно, 190 Н·м, 370 Н·м и 660 Н·м. Для обычного способа пробивки изогнутой полосы во вращающихся валах с пуансонами и матрицами величина крутящего момента при толщинах полосы 1, 2 и 3 мм составляет 100 Н·м, 190 Н·м, и 330 Н·м. Поэтому при проектировании валковых механизмов для перфорации материала безматричным способом следует учитывать повышенные значения энергосиловых параметров по сравнению с пробивкой отверстий в полосе, изогнутой вокруг вала с матрицами.
3. Результаты экспериментальных исследований усилий при перфорации в валах показали, что изменение величины относительного зазора при перфорации полосовой стали приводит к изменению усилий, а изменение скорости вращения перфорационных валков не вызывает заметного увеличения усилия.
4. Была исследована перфорация пуансонами прямоугольной и овальной формы. Размеры пуансонов овальной формы по малой оси составляли 7 мм, по большой — 28 мм с радиусом округления боковых кромок 3,5 мм. Перфорирование производили при одинаковой величине относительного зазора — 15%. В качестве заготовки использовали полосу толщиной 2,5 мм из стали Ст.3 при этом частота вращения валков составляла 0,24 с⁻¹. В таблице 4.2 приведены результаты усилия перфорации в зависимости от формы инструмента и угла поворота валков.
5. Установлено, что форма инструмента существенно влияет на усилие перфорации в начале входа пуансона в полосу. При этом максимальное усилие при перфорации полосы овальным пуансоном составляет 16 кН, а прямоугольным 19,5 кН, что согласуется с результатами работы [42].

-
-
6. Анализ выражения (4.7) показал, что усилие внедрения пуансона в металл пропорционально прочностным характеристикам перфорируемого металла, площади контакта рабочего инструмента с полосой, размерам отверстий, а также зависит от коэффициента k , учитывающего притупление режущих кромок и неравномерность распределения зазоров между пуансоном и матрицей. Таким образом, выражение (4.7) позволяет оценить максимальное усилие перфорации в момент захода пуансона в заготовку при пробивке одного отверстия.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

В работе приведено теоретическое обобщение и новое решение научной задачи, состоящей в разработке метода составления алгоритмов *геометрического моделирования процесса перфорации* и описания поверхностей пуансонов в зависимости от необходимой формы контура пробиваемого отверстия. Эти исследования проводятся с целью выявления рациональных значений геометрических параметров валковых перфорационных механизмов, которые обеспечили бы эффективное внедрения разработанных алгоритмов.

При этом получены результаты, которые имеют научную и практическую ценность.

1. Сделан обзор методов перфорации листового материала с помощью валковых механизмов, из которого получены две схемы валковой перфорации, используемые на практике.
2. Получены формулы связи между неподвижной и подвижной системами координат в процессе перфорации для двух разновидностей ее схем. Это позволило осуществить геометрическое моделирование определенного сечения поверхности пуансона путем сведения задачи к определению огибающей параметрического семейства линий на плоскости.
3. Проведен критический обзор методов определения огибающих параметрических семейств линий на плоскости, направленный на объяснение их формообразования на основе теории особенностей отображений Р.Тома с целью описания огибающих уравнениями в неявном виде.
4. Для описания огибающих в реальных случаях разработана геометрическая интерпретация проекционного метода их определения, которая позволила предложить метод приближенного описания огибающих семейства кривых, сохраняющий начальную точность и схему формулы, построенной на базе последовательности R-дизъюнкций, но используемый меньшее (порядка единиц) количество R-дизъюнкций.

-
-
5. Разработан метод составления алгоритмов профилирования пуансона путем обкатки контуров сечений конкретных фигур, которые пробиваются, например, круга, прямоугольника, треугольника.
 6. Для проверки достоверности составленных алгоритмов был решен ряд тестовых примеров с известными или прогнозируемыми решениями.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия. — М.: Наука, 1990, 671с.
2. Арнольд В.И. Теория катастроф. — М.: Наука, 1990, 180 с.
3. Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: Наука, 1978. - 304 с.
4. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений. — М.: Наука, 1982. 304 с.
5. Бакан Г.М., Радченко И.Ф. Применение R-функций для решения задач пространственной визуализации геометрических объектов // Проблемы управления и информатики.-1994. -№ 5 - 6. - С.71-77.
6. Бабанских И.С., Слоновский Н.В. Применение методов начертательной геометрии в теории катастроф // Прикладная геометрия и инженерная графика. - Киев: Будівельник, 1987. - вып.44.- С. 78-79
7. Беляева Т.Б., Залгаллер В.А. Об изложении теории огибающих (методические заметки). // УМН, т.18, вып.5, 1963, С.147-149
8. Березин Н.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Том 1.-М.: ГИФМЛ, 1959, 464 с.
9. Болтянский В.Г. Огибающая.- М.: Физматгиз, 1961,76 с.
10. Больсис Г.О. Нарезание зубчатых колес методом обкатки // Техника в сельском хозяйстве, N 9, 1981. - С. 83-84
11. Бродский И.Л. Некоторые вопросы теории огибающей многопараметрического семейства инструментальных поверхностей // Машиноведение, N 3, 1969. - С. 47-51
12. Брукс Д., Джиблин П. Кривые и особенности (геометрическое введение в теорию особенностей).- М.: Мир, 1988, 262 с.
13. Вальков К.И. Новая область исследования - контемплятивная геометрия.- В сб. Вопросы геометрического моделирования. Л.: ЛИСИ, 1978. - С. 7-20
14. Вальков К.И. Проекционный схематизм - инструмент и метод.- Л.: ЛИСИ, 1988, 82 с.

15. Волкова Т.К., Полозов В.С., Широкова Л.В. Автоматизация построения теней на объектах, составленных из частей поверхностей второго порядка.-Деп.в ВИНТИ, N 815-77 деп. - 82 с.
16. Вяткин Г.П. Метод нормалей для решения задач огибания // Прикладная геометрия и инженерная графика. Киев: Будівельник, 1972. - Вып.16. - С.103-107
17. Гантман А.И., Кислюк О.С. Применение машинной графики в задачах физической и квантовой химии.- Владивосток: ИХ ДО АН СССР, 1988, 162 с.
18. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. Том 1. - М.: Мир, 1984, 350 с.
24. Гилой В. Интерактивная машинная графика. М.: Мир, 1981, 380 с.
19. Глазков А.Ф., Рябинский Е.Б. Оценка видимости и определение очерковой при автоматизированном построении изображений криволинейных объектов // Прикладная геометрия и инженерная графика. Киев: Будівельник. - 1975. - Вып.20. - С. 42-44
20. Голубицкий М., Гийемин В. Устойчивые отображения и их особенности.- М.: Мир, 1977, 290 с.
21. Голубятников В.П. О восстановлении формы тела по его проекциям // ДАН СССР, т.262, N 3, 1982. - С.512-514
22. Гончарюк И.В., Рвачев В.Л. Нормальное уравнение чертежа. – В сб.: Вопросы теоретической кибернетики. Киев: ИК АН УССР, 1965, С. 200-210
23. Громов Ю.С., Курек Х.К. К вопросу построения перспектив очерков поверхностей второго порядка.- В сб.: Реф. информация о научно-иссл. работах в ВУЗах УССР. Прикладная геометрия и инженерная графика. Вып.2. - Киев:Вища школа, 1978, С.32-33
24. Гуляев К.И., Заморуев Г.Б. Точность воспроизведения огибающей поверхности при двух параметрах огибания.- В сб. Зубчатые и червячные передачи. Л.: Машиностроение, 1974, С.23-27
25. Гурьев В.И. Общее уравнение переходных кривых цилиндрических зубчатых колес, нарезанных методом обката // Сборник трудов Уфимского авиац.ин-та. Вып.16, 1970, С.44-49
26. Дмитриев В.А., Бурковский А.К. Аналитический расчет профиля нормального сечения зуба передач М.Л.Новикова, нарезанных инструментом реечного типа // Труды ЛКИ. Вып. 72. Л.: Изд.ЛКИ, 1970, С.15-21
27. Есмуханов Е.Ж. Некоторые поверхности из теории особенностей дифференцируемых отображений.- В сб. Моделирование задач науки и техники методами НГГ. - Алма-Ата:, Изд. КазПИ, 1986, С.33-43

-
-
28. Зак Ф.Л. Проекции алгебраических многообразий // Математ. сборник, т.116, вып. 4, 1981, С. 593-602
 29. Залгаллер В.А. Теория огибающих. - М.: Наука, 1975. — 104 с.
 30. Кириченко А.Ф., Куценко Л.Н. Аналитическое описание сложных поверхностей, изготавливаемых режущим инструментом по методу обкатки. В сб. Опыт разработки технол. процессов механ. обработки деталей с использов. ЭВМ. Материалы докладов, М.: ВДНХ СССР, 1979, С. 76
 31. Кириченко А.Ф., Куценко Л.Н. Описание поверхности зубьев пространственных зацеплений уравнением в неявной форме // Прикладная геометрия и инженерная графика. Вып.32, Киев: Будівельник, 1981, С.78-81
 32. Кириченко А.Ф., Куценко Л.Н. Аналитическое описание сложных поверхностей деталей, изготавливаемых по методу обкатки. — В сб. Всесоюзное совещание по методам расчета механизмов машин-автоматов. Материалы докладов. Львов: УПИ, 1981, С.107-108
 33. Кириченко А.Ф., Клименко В.Г. Об автоматическом построении уравнения огибающей кривой движущегося контура // Известия ВУЗов. Машиностроение, N 4, 1978, С.75-79
 34. Клепанда С.В., Куценко Л.Н. Описание рациональной формы рабочих поверхностей пуансонов при перфорации полосового материала во вращающихся валках // Вестник ХПИ, т.261, вып.9, Харьков: ХПИ, 1988, С.48-53
 35. Клепанда С.В., Куценко Л.Н., Крыжный Г.К. К вопросу расчета рабочих поверхностей инструмента валковых механизмов перфорации полосы. - В сб. Проблемы повышения технического уровня произв. черных металлов. Материалы конференции. Донецк: ДНИИЧМ, 1987, С. 76-80
 36. Клепанда В.В., Бондаренко В.Н. Расчет параметров просечки заготовок в валковых механизмах. В сб.: Разработка и исследование технологии производства гнутых профилей проката. Харьков, УкрНИИМет, 1984, С. 28-32
 37. Клепанда В.В., Федосенко В.И. Экспериментальные исследования износостойкости перфорационного инструмента, В сб.: Гнутые профили проката. Харьков, УкрНИИМет, 1976, С. 33-37
 38. Клепанда С.В., Хейфец Г.Р., Федосенко В.И., Плакс Н.Р. Конструкции валковых механизмов для перфорации и просечки полосового материала. М., ЦНИИТТЯЖМАШ, Металлургическое оборудование, серия I, вып.2, 1986,

39. Клепанда С.В., Крыжный Г.К., Хейфец Г.Р. Кинематические особенности процесса перфорации во вращающихся валках. Сталь, 1987, № 12, С. 26-34
40. Клепанда С.В., Хейфец Г.Р. Определение диаметров валов перфорационных инструментов. М., ЦНИИТТЯЖМАШ, Metallургическое оборудование, серия 2, вып.4, 1986, 12 с.
41. Клепанда С.В., Крыжный Г.К., Каширский С.А. Энергосиловые параметры процесса перфорации в валках. М., ЦНИИЭТЯЖМАШ. Metallургическое оборудование, серия I, вып.8, 1987, 14 с.
42. Клепанда С.В., Шулаев И.П., Федосенко В.И. Совершенствование производства перфорированных гнутых профилей. Х.: Черметинформация, 1987. 12 с.
43. Клименко С.В., Кочин В.Н., Самарин А.В. Иллюстративная графика для мини-ЭВМ.- В сб. Вопросы кибернетики. Архитектура и программирование быстродействующих малых ЭВМ. М.:АН СССР, 1985, С.93-105
44. Колоколов С.В., Клепанда В.В., Хейфец Г.Р. Эффективность производства гнутых профилей на непрерывной линии. М., ЦНИИТЭИтяжмаш, Metallургическое оборудование. Серия I, вып.10, 1985.- С. 33-38
45. Колоколов С.В., Клепанда В.В. Оборудование агрегата перфорации Череповецкого metallургического комбината. М., ЦНИИТЭИтяжмаш, Metallургическое оборудование. Серия I. вып.12, 1985, 14 с.
46. Котов И.И., Никитин Ю.А. Об уравнениях некоторых поверхностей покрытий строительных сооружений // Начертательная геометрия и ее приложения. Выпуск 1. Саратов: СГУ, 1976. - С.12-20
47. Котов И.И. Аналитическая геометрия в пространстве и начертательная геометрия поверхностей.-М.: Наука, 1968.-147 с.
48. Куценко Л.Н. Построение уравнения огибающей семейства кривых при помощи R-функций.- Депонировано в ВИНТИ N 1453-81 деп. от 02.04.81, 22 с.
49. Куценко Л.Н. Построение уравнения огибающей семейства кривых при помощи R-функций // Известия ВУЗов. Математика, N 7, 1982, С.48-49
50. Куценко Л.Н., Чермных И.А., Серeda И.В. Теоретические основы получения прямоугольных проекций в растровой машинной графике.- В сб. Методы и средства обработки сложной графической информации, Горький: ГГУ, 1985, С.79

51. Куценко Л.Н. Построение проекций пространственных объектов с удалением невидимых линий // Прикладная геометрия и инженерная графика. Вып.34, Киев: Будівельник, 1982, С.142-144
52. Куценко Л.Н., Федько В.В. Приближенное построение эквидистанты поверхности, заданной семейством ортогональных сечений. – В сб. Геометрическое моделирование и графика, САПР, М.: МАИ, 1983, С.73-75
53. Куценко Л.Н. Метод описания огибающих параметрических семейств. – В сб. Актуальные вопросы начертательной геометрии и инженерной графики. Йошкар-Ола: МПИ, 1990, с.27-28
54. Куценко Л.Н. Нахождение огибающих параметрических семейств. – В сб. Разработка и внедрение САПР И АСТПП в машиностроении. Материалы докладов. Ижевск: ИДНТ, 1990, С.102-104
55. Куценко Л.Н. Машинная графика в задачах проекционной природы. – М.: Знание (Новое в жизни, науке и технике. Серия «Математика, кибернетика» N 9), 1990, 48 с.
56. Куценко Л.Н. Разработка и теоретическое исследование метода аналитического проецирования, основанного на R-функциях. Автореферат кандидатской диссертации. – М.: МАИ, 1983, 14 с.
57. Куценко Л.Н. Построение уравнения очерка изображения тела при параллельном проецировании // Прикладная геометрия и инженерная графика, вып.34, Киев: Будівельник, 1982, С.93-95
58. Куценко Л.Н., Серета И.В. Построение сечений сложных геометрических тел, описанных методом R-функций. – В сб. Вестник ХПИ, вып.5, Харьков: ХПИ, 1983, С.54-56
59. Куценко Л.Н., Шелихова И.Б. Использование описания очертания объекта в практике геометричного моделирования. – В збірці “Геометричне моделювання, Інженерна та комп’ютерна графіка”. Тези доповідей Всеукраїнської науково-методичної конференції. – Харків, ХПІ, 1993, С.42.
60. Куценко Л.Н., Шелихова И.Б. Нахождение огибающей параметрического семейства методом вращения. – В збірці “Геометричне моделювання, інженерна та комп’ютерна графіка”. Тези доповідей Міжнародної науково-методичної конференції. – Львів, ЛПІ, 1994, С. 47
61. Лашнев С.И. Формообразование зубчатых деталей реечными и червячными инструментами. – М.: Машиностроение, 1971, 320 с.
62. Либуркин Л.Я. Образование поверхности зуба колеса движением производящей линии // Машиноведение, N 6, 1973, С. 51-54

-
-
63. Люкишин В.С. Теория огибающей семейства поверхностей. - М.: Изд. Моск.станк.ин-та, 1963, 129 с.
 64. Магас С.Л. Об одном способе ортогонального проектирования многогранников.-Деп.в ВИНТИ, N 4308-81 Деп. 10 с.
 65. Михаленко Ф.П., Ляпин Ю.И. К вопросу о влиянии скорости деформирования на качество деталей при вырубке – пробивке. Горький, В сб. Совершенствование машин и технологии процессовковки и штамповки. Труды Горьк. политех. ин-та, т. 39, вып. 19, 1973, С. 78- 82
 66. Михаленко Ф.П., Дурандин М.М. Влияние быстроходности прессы и величины зазора на силовой режим и износ штампового инструмента при вырубке-пробивке электротехнической стали. Кузнечно-штамповочное производство, 1969, № 8, С. 45-51
 67. Михаленко Ф.П., Ляпин Ю.И. Влияние технологических факторов на силовой режим, износ инструмента и качество деталей при вырубке латуни // Сб.трудов Горьковского политехн.ин-та.н. Кузнечно-штамповочное оборудование и технологияковки и штамповки, т.27, вып.14, 1971, С. 67-73
 68. Михаленко Ф.Ш., Дурандин М.М. Об оценке качества деталей при разделительных операциях. //Вестник машиностроения, 1971, № 8, С. 33-39
 69. Михаленко Ф.П., Ляпин Ю.И. К вопросу о влиянии скорости деформирования на качество деталей при вырубке- пробивке. //Труды Горьк. политехн. ин-та, т.26, вып. № 3, 1970, С. 42-48
 70. Михаленко Ф.П. Особенности штамповки и вырубки при повышенном числе ходов прессы. Сб. трудов конф. «Новое в технологии высокопроизводительной листовой штамповки», Машгиз, 1988, С.55-59
 71. Михаленко Ф.П., Антонов Ю.В. Напряженное состояние материала при резке в штампах. // Вестник машиностроения, 1973, № 4, С.53-59
 72. Михаленко Ф.П., Антонов Ю.В. Распределение контактных напряжений при резке материала в штампах // Вестник машиностроения, 1975, № 6, С. 67 - 71
 73. Михаленко Ф.П. и др. Автоматическая холодная штамповка малых деталей на быстроходных прессах. - Машиностроение, 1965, 44 с.
 74. Мякишев Ю.В. Экстремумы функций,зависящих от параметров (теория катастроф).- М.:, МЭИ, 1986, 51 с.
 75. Найханов В.В. Алгоритмы определения очерковой линии поверхности, состоящей из сегментов.- В сб.: Теория автоматизированного проектирования.- Харьков: ХАИ, 1983. - С.136-139

-
-
76. Несмелов И.П., Гольдфарб В.И. Недифференциальный подход к решению задачи огибания // Механика машин, N 1, 1983, С.3-9
 77. Никитин Ю. А. Уравнение отсеков и каркасов поверхностей. - В сб. Прикладная геометрия и машинное проектирование // Труды МАИ, N 414, 1977, С.15-17
 78. Обухова В.С. Огибающая поверхностей вращения 2-го порядка // Прикладная геометрия и инженерная графика. Вып.20, Киев: Будівельник, 1975, С.17-19
 79. Платонова О.А. Тень и терминатор гиперповерхности общего положения // Функциональный анализ, т.13, вып.1, 1979, С. 77-78
 80. Подкорытов А.Н., Иванов Ю.Н. Электронная моделирующая установка для получения профиля инструментальной рейки. - В сб.; Прикладная геометрия и инженерная графика. Омск: Изд.ОПИ, 1972, С. 15-18
 81. Подкорытов А.Н. Геометрия сопряженных криволинейных поверхностей на базе ЭЦВМ. - Новосибирск: Изд. 1976.- 81 с.
 82. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения.-М.: Мир, 1980, 606 с.
 83. Рвачев В.Л. Геометрические приложения алгебры логики.-Киев: Техніка, 1967. - 212 с.
 84. Рвачев В.Л., Куценко Л.Н. Некоторые характеристики геометрических объектов с изменяемой формой.- В сб.Современные вопросы физики и ее приложения. Материалы Дней Науки на ВДНХ СССР, М.:ИОФ АН СССР, 1984, С.25
 85. Рвачев В.Л., Куценко Л.Н. О дифференциальных уравнениях, приводящих к нормальным уравнениям. - В сб. Современные вопросы механики и технологии машиностроения. Материалы Дней Науки на ВДНХ СССР, М.:ВИНТИ АН СССР, 1986, С. 26
 86. Рвачев В.Л., Куценко Л.Н. Изображение пространственных объектов, описанных при помощи R-функций.- В сб. Современные проблемы физики и ее приложений. Материалы Дней Науки на ВДНХ СССР, М.:ВИНТИ АН СССР, 1990 , С.106
 87. Рвачев В.Л., Куценко Л.Н. Описание проекций тел.- В сб. Геометрическое моделирование и графика в САПР. Современные вопросы математики и механики и приложения, М.: МАТИ, 1983, С.44-45
 88. Роджерс Д., Адамс Д. Математические основы машинной графики. - М.: Машиностроение, 1980. - 240 с.
 89. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. - М.: Мир, 1989, 504 с.

-
-
90. *Родина Т.П.* Огибающие поверхностей вращения при их вращательном движении. - В сб.: Прикладная геометрия и инженерная графика. Вып.14. Киев:Будівельник, 1972, С.121-123
 91. *Самна Ашур.* Нахождение огибающей семейства кривых при помощи взаимных семейств // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Київ: КНУБА, 2001. – Вип. 69. - С. 169-171.
 92. *Самна Ашур.* Определение профиля зубчатых зацеплений, полученных методом огибания // Праці Таврійської державної агротехнічної академії / Прикладна геометрія та інженерна графіка - Мелітополь: ТДАТА, 2000. - Вип. 4. - Том. 11. - С. 113-116.
 93. *Самна Ашур.* Вычисление координат точек профиля зубчатых зацеплений, полученных методом огибания // Праці Таврійської державної агротехнічної академії / Прикладна геометрія та інженерна графіка - Мелітополь: ТДАТА, 2000. - Вип. 4. - Том. 11. - С. 117-120.
 94. *Самна Ашур.* Аналитическое описание результатов технологической обкатки // Праці Таврійської державної агротехнічної академії / Прикладна геометрія та інженерна графіка - Мелітополь: ТДАТА, 2001. - Вип. 4. - Том. 12. - С. 105-109.
 95. *Самна Ашур.* Двоистые формулы для описания результатов технологической обкатки // Праці Таврійської державної агротехнічної академії / Прикладна геометрія та інженерна графіка - Мелітополь: ТДАТА, 2002. - Вип. 4. - Том. 15. - С. 106-109.
 96. *Самна Ашур.* Геометрическое моделирование безматричного способа перфорации полосового металла // Праці Таврійської державної агротехнічної академії / Прикладна геометрія та інженерна графіка - Мелітополь: ТДАТА, 2003. - Вип. 4. - Том. 22. - С. 137-141.
 97. *Самна Ашур.* Профилирование зубчатых зацеплений, полученных в результате обкатки // Проблемы пожарной безопасности. - Харьков: АО «Фолио», 2001. - Вип. 10. - С. 164-167.
 98. *Самна Ашур.* Описание результатов технологической обкатки // Геометричне та комп'ютерне моделювання. - Харків: ХДУХТ, 2003. - Вип. 2. - С. 139-142.
 99. *Самна Ашур.* Исследование кинематики процесса перфорации при подаче полосы в зону пробивки // Геометричне та комп'ютерне моделювання. - Харків: ХДУХТ, 2003. - Вип. 3. - С. 112-116.
 100. *Самна Ашур.* Проекционный метод описания дискриминанты семейства линий на плоскости // Сучасні проблеми геометричного моделювання. Харків: ХДАТОХ, 2001. – С. 141-144
 101. *Самна Ашур.* Профилирование составной поверхности, аналогичной параболоиду вращения/ Тезиси докладов Международ-

- ной научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования». — Донецк: ДонГТУ. — 2000. С. 154-155.
102. Самна А.І. Геометричне моделювання форми робочих поверхонь пуансона при перфорації в валках: Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.01.01/ Таврійська держ. агротехн. акад. — Мелітополь, 2004. — 18 с.
103. Тайнов А.И., Хренов Е.И., Брагин В.В. Программа расчета на ЭЦВМ профиля зуба у выкружки // Сборник научных трудов Ярославского политехн.института. Машиноведение и детали машин, 1976, с.62-69
104. Тайц Б.А. Точность и контроль зубчатых колес.- М.: Машиностроение, 1972. 368 с.
105. Тришевский И.О., Клепанда В.В., Колоколов С.В., Гуренко В.Д. Перфорированные профили. М., Металлургия, 1972, 82 с.
106. Токарев А.Ф., Иноземцев Г.Г. Новый метод перфорации металлических лент роликовым инструментом. Саратов, Приволжское кн.изд-во, 1971, 36 с.
107. Тришевский И.О., Федосенко В.И. Исследование деформации металла и расчет энергосиловых параметров при перфорации в валках. Харьков, изд-во УкрНИИМета. В сб. Гнутые профили проката, 1973. с.44-51
108. Тришевский И.О., Федосенко В.И. и др. Установка для перфорации холодногнутых профилей в валках. М.: НИИинформтяжмаш, I 1-70-7, 1970,
109. Тришевский И.О., Федосенко В.И. Теоретическое исследование деформации металла и расчет энергосиловых параметров при перфорации в валках. В сб.- Гнутые профили проката, Харьков: УкрНИИМет, 1973,
110. Тришевский И.С., Клепанда В.В., Колоколов С.В. и др. Применение экономичных профилей проката. Киев, УкрНИИТЭИ, 1972. 36 с.
111. Токарев А.Ф., Иноземцев Г.Г. Методика профилирования дыровырезного роликового инструмента для удлиненных отверстий // Изв. вузов, Машиностроение, 1968, №1, С.38-43
112. Тришевский И.С., Клепанда В.В., Середенко С.Я. и др. Определение глубины наклепанного слоя в перфорированных холодногнутых профилях // Производство и применение перфорированных гнутых профилей. Серия 7, № 11, М.: Черметинформация, 1967, С. 54-59
113. Тришевский И.О., Федосенко В.И. и др. Конструкция валков профилигибочного стана для перфорирования холодногнутых профилей в потоке // Черметинформация. Серия «Прокатное Производство», № 1, 1967, С. 66-72

-
-
114. Толстов Г.П. К отысканию огибающей семейства плоских кривых // УМН, т.7, N 4, 1952, С. 173-179
 115. Тоница В.С., Шкляров Л.И. Об одном алгоритме автоматического построения аналитических образов сложных геометрических объектов.- В сб. Вычислительная техника в машиностроении. Минск: ИТК АН БССР, 1974, С. 3-14
 116. Федосенко В.И., Клепанда В.В. Особенности процесса перфорации в валках // Гнутые профили проката. Вып.1, Харьков, изд-во УкрНИИМета, 1973, С. 44-49
 117. Федосенко В.И., Клепанда В. В. Исследование параметров процесса перфорации в валках. В сб.: Гнутые профили проката, Харьков, УкрНИИМет, 1973, С.21-26
 118. Фломенблит А.И., Симонов В.А., Скоблякова А.Г., Мотов С.А. Аналитический метод построения падающих теней.- В сб.: Сборник научно-методических статей по начертательной геометрии и инженерной графике. Вып.7. М.: Высшая школа, 1979, С. 28-31
 119. Чиллингуорт Д. Структурная устойчивость математических моделей. Значение методов теории катастроф. - В сб.: Математическое моделирование. М: Мир, 1979, С. 249-276
 120. Шелихова И.Б. Нахождение огибающей параметрического семейства кривых при помощи кватернионов. - В збірці «Геометричне моделювання, Інженерна та комп'ютерна графіка». Тези доповідей Всеукраїнської науково-методичної конференції. — Харків, ХПІ, 1993, С.43
 121. Шелихова І.Б. Недиференціальний проєкційний спосіб побудови наближеного рівняння обвідної сім'ї негладких кривих на площині. Автореф. дисс ... кандидата техн. наук, Київ: КДТУБА, 1995. — 19 с.
 122. Шкляров Л.И., Тоница В.С. Алгоритм аналитического описания областей, ограниченных конечным числом дуг окружностей и отрезков прямых.- В сб.: Комбинаторная геометрия и оптимальное размещение. Киев: ИК АН УССР, 1972, С.15-24
 123. Bonfiglioli L. An algorithm for silhouette of curved surfaces based on graphical relations. Comput.-Aided Des., vol.18, No.2,1986, pp.95-101
 124. Crocker G.A. Screen-area coherence for interactive scanline display algorithms. IEEE Computer Graphics & Appl., vol.7, No.9,1987, pp.10-17
 125. Daulton T. Three-dimensional perspective plotting. Bite, december, 1987, pp.307-314
 126. Franklin W.R. A linear exact hidden surface algorithm. ACM Comp.Graphics, vol.14, No.3 ,1980, pp.117-123

-
-
127. Gottlieb M. Hidden line subroutine for three dimensional plotting. Byte, vol.3, 1978, pp.49-58
 128. Janssen T.L. A simple efficient hidden line algorithm. Comput. Struct., vol.17, 1983, pp.563-571
 129. Kiesewetter H. Algebraische strukturen in der digitalgraphik.- Wiss. Zeitschr.Uni.Rostok, 21, heft 8, 1972, s. 705 - 714
 130. Keramidis G.A., Miner E.W. An interactive graphics code for three dimensional plots. Microsoftware for engineers, vol.1, No.1, 1985, pp.49-64
 131. Kocic L., Oklobdzija D. Drawing of 3D surfaces given by implicit function. Automatika, vol.29, No.1-2, 1988, pp 59-62
 132. Kubert B., Szabo J., Giulieri S. The perspective representation of function of two variables. J. ASM, 15, 1968, pp 193-204
 133. Ohno Y. A hidden line elimination method for curved surfaces. Comput.- Aided Des., vol. 15, No.4, 1983
 134. Sutcliffe D.C. An algorithm for drawing the curve $f(x, y) = 0$. Computer J., vol.19, 1976, pp 246-249
 135. Tomic D.D., Tomic D.V. Two methods for the curve drawing in the plane. Proc.Conf.Numerical methods and appr. theory, Nis, 1984, pp 61-65
 136. Van Aken J. An efficient ellipse-drawing algorithm. CC&A, Sept., 1984, pp 24-35
 137. Wambecq A. Plotting a function of two variables. J. Comp.Applied Math., 1, 1977, pp 281-291

Программа профилирования зубьев зубчатого колеса

```

call over(8.,30.,160.,,185.,,6,0.,0.63)
stop
end
с
с
с * *****
с * подпрограмма OUER *
с * предназначена для построения *
с * на плоскости Oxy изображения *
с * огибающей параметрического семейства, *
с * описанного уравнением  $f(x,y,t)=0$ , *
с * и вычисления координат точек, *
с * принадлежащих этой огибающей *
с * *
с * значения параметров subroutine: *
с * (xh.xk.yh.yk) - описание рамки кадра *
с * n - количество элементов посредников *
с * (th.tk)-границы изменения t *
с * + + + *
с * в качестве примера получена *
с * геометрическая форма зуба в торцовом *
с * сечении цилиндра.зубчатого колеса *
с * *
с *****
subroutine over(xh,xk,yh,yk,n,th,tk)
diension c(78),g(2),w(2,45)
data g/' \','*/
print 17
17 format//,' изображение огибающей \,/) \
do 15 j=i,78
do 10 i=1,78
x=xh+i*(xk-xh)/78.
y=yk-j*(xk-xh)/40.
if(y-yh)30,20,20
20 ff=0.
do 13 k=1,n
t=th+(k-i)*(tk-th)/n
fr=f(x,y,t)
13 ff=fr+abs(fr)+ff
if (ff)40,40,50
40 c(i)=g(1)

```

```

w(i,j)=x
w(2,j)=y
go to 10
50 c(i)=g(2)
10 continue
print 5,c
5 format(1x,78a1)
15 continue
30 continue
print 6,xh,xk,yh,yk,n,th,tk
6 format(15x,' вариант считался с параметрами:',/,
*' координаты рамки кадра      *,4f8.2,/,
*' количество секущих плоскостей ',i6,/,
*' границы изменения параметра  \2f7.2,/)
print 7,w
7 format(5x,' координаты точек ',/,
*' на оггибающей \*,//,
*' координата X координата Y ',//,
*45(2f18,2,/)
return
end

с
с *****
с *
с * описание параметрического *
с * семейства *
с *
с * семейство получено в результате *
с * движения речного контура при *
с * профилировании цилиндрического *
с * зубчатого колеса методом обкатки *
с *
с * r - радиус делительной окружности *
с *
с *****
с
function f(x,y,t)
r=190.
xx=x*cos(t)-y*sin(t)+r*t
yy=x*sin(t)+y*cos(t)-r
f=reyka(xx,yy)
return
end

```

```

с
с * *****
с * в качестве элемента семейства *
с * описан исходный речный контур, *
с * участвующий в обкатке *
с * * *
с * am - модуль нормальный; *
с * hf - коэффициент высоты ножки; *
с * ha - коэффициент высоты головки; *
с * alf - угол между делительной прямой *
с * и линейным участком контура; *
с * pof - коэффициент радиуса *
с * закругления у ножки; *
с * bet - угол наклона зуба в колесе *
с * *****
с
function reyka(x,y)
o(a,b)=(a+b+abs(a-b))*0,5
p(a,b)=(a+b-abs(a-b))*0,5
am=16.
alf=0.349066
ha=1.
pof=0.38
hf=1.25
bet=0.698132
talf=tan(alf)
calf=cos(alf)
pi=3.1415926
ainpi=ain*pi/4.
ya=am*(pof-hf)
xa=ampi+pof*am/calf-ya*talf
x=abs(x)/cos(bet)
f1=(ampi-x)/talf-y
f2=(x-xa)**2+(y-ya)**2-pof*pof*am*am
f3=talf*(x-xa)-y+ya
f4=xa-x
f5=am*ha-y
f6=-y-hf*am
f7=o(f1,f6)
f8=p(p(f2,f3),f4)
f9=o(f7,f8)
reyka=-p(f9,f5)
return
end

```


Программа построения проекций сечений геометрического тела

```

with(plots, contourplot, implicitplot3d, display):
with(plottools, transform):

F := 1 - (x-C)^2 - y^2:

implicitplot3d(F(x,y,C),
               x=-1..4, y=-1.5..1.5, C=0..3,
grid=[15,15,15], axes=boxed, scaling=constrained,
view=0..3, style=PATCHCONTOUR, orientation=[-120,68]);

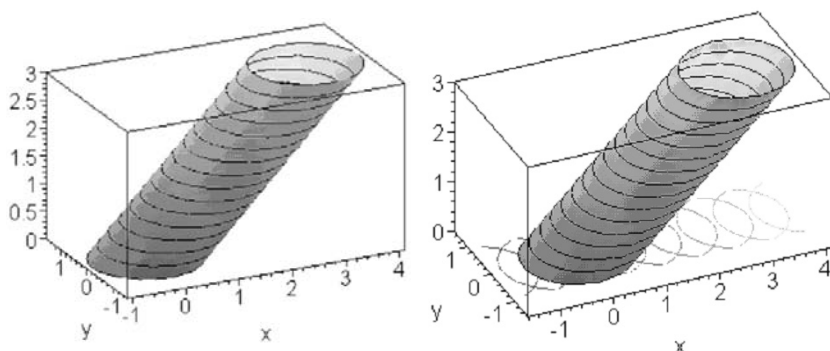
z1:= x + sqrt(1 - y^2):
p1 := plot3d (z1(x,y), x=-1.5..4, y=-1.5..1.5,
              style=PATCHCONTOUR, contours=10):

q1 := contourplot(z1(x,y), x=-1.5..4, y=-1.5..1.5):
f := transform((x, y) -> [x, y, 0]):
z2:= x - sqrt(1 - y^2):
p2 := plot3d (z2(x,y), x=-1.5..4, y=-1.5..1.5,
              style=PATCHCONTOUR, contours=10):
q2 := contourplot(z2(x,y), x=-1.5..4, y=-1.5..1.5):
f := transform((x, y) -> [x, y, 0]):

display({p1, p2, f(q1), f(q2)}, axes=boxed,
        scaling=constrained,
        view=0..3, orientation=[-120,68]);

```

Результаты выполнения программы



Программа построения семейства кривых, подобного данному

```

F := (x, y, C) -> 1 - (x - C)^2 - y^2:
Gr := implicitplot3d(F(x, y, C),
    x=-1.2..4.2, y=-1.2..1.2, C=0..3,
    grid=[15,15,15], scaling=constrained, color=green,
    thickness=2, style=PATCHCONTOUR):
og1 := line([0,1,0.05], [3,1,0.05], thickness=4):
og2 := line([0,-1,0.05], [3,-1,0.05], thickness=4):
plos := cuboid([-1.4,-1.4,0],[4.4,1.4,0.001],
    capped=false, thickness=5, style=PATCHNOGRID):

for i from 0 to 150 do
C := 0 + i*(3-0)/150:
a1 := semitorus([C,0,0], -Pi..Pi, 0.1, 1, color=red,
    thickness=8, style=PATCHNOGRID):
a2 := semitorus([C,0,C], -Pi..Pi, 0.1, 1, color=red,
    thickness=8, style=PATCHNOGRID):
GG[i] := display(og1, og2, a1, a2, Gr, plos,
    orientation=[-47,52]);
end do:

display(seq(GG[i], i=0..10), scaling=CONSTRAINED, axes=BOXED,
    axesfont=[TIMES,ITALIC,28], insequence=true);

plotsetup(gif, plotoutput= `d:\\proekc2.gif`);
display(seq(GG[i], i=0..150), scaling=CONSTRAINED,
    axesfont=[TIMES,ITALIC,28], insequence=true);

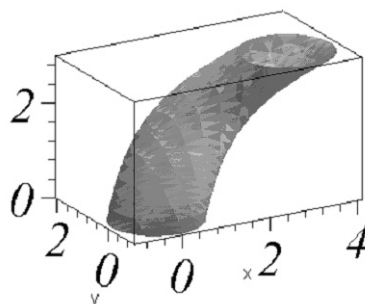
unassign(`C`): C:

for i from 0 to 150 do
C := 0 + (3.-0)*i/150:
Gr := implicitplot(F(x, y, C),
    x=-1.2..4.2, y=-1.2..1.2,
    grid=[50,50], scaling=constrained,color=red,
    axes=boxed, thickness=3,
    axesfont=[TIMES,ITALIC,28]):
GG[i] := display(Gr, polikr):
end do:

implicitplot3d(F(x,y,C), x=-1..4, y=-1...2., C=0..3,
    grid=[15,15,15], axes=boxed,scaling=constrained,

```

```
thickness=2,axesfont=[TIMES,ITALIC,28],
lightmodel='light2', view=0..3,style=PATCHNOGRID,
orientation=[-120,70]);
```



```
plos := 1 + x - C/0.6:
plos1 := 1 + x - (C + 0.3)/0.6:
plos2 := 1 + x - (C - 0.3)/0.6:
plos3 := 1 + x - (C + 0.6)/0.6:
plos4 := 1 + x - (C - 0.6)/0.6:
plos5 := 1 + x - (C + 0.9)/0.6:
plos6 := 1 + x - (C - 0.9)/0.6:
implicitplot3d({F(x,y,C),plos,plos1,plos2,
                plos3,plos4,plos5,plos6},
x=-1..4, y=-1..2., C=0..3,
grid=[15,15,15], axes=boxed,scaling=constrained,
thickness=2, axesfont=[TIMES,ITALIC,28],
lightmodel='light2', view=0..3,
style=PATCHNOGRID, orientation=[-120,70]);

unassign('x'): x: unassign('y'): y:
unassign('C'): C:

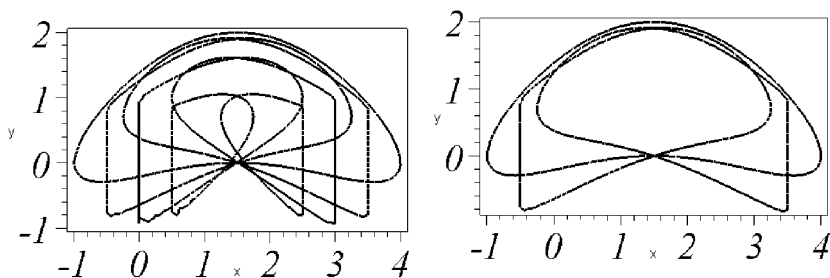
C := 0.6*(1 + x):
f := min(1-(x-C)^2-(y-sin(C*Pi/3))^2,3/2-abs(C-3/2)):
C := 0.6*(1 + x) + 0.3:
f1:=min(1-(x-C)^2-(y-sin(C*Pi/3))^2,3/2-abs(C-3/2)):
C := 0.6*(1 + x) - 0.3:
f2:=min(1-(x-C)^2-(y-sin(C*Pi/3))^2,3/2-abs(C-3/2)):
C := 0.6*(1 + x) + 0.6:
f3:=min(1-(x-C)^2-(y-sin(C*Pi/3))^2,3/2-abs(C-3/2)):
C := 0.6*(1 + x) - 0.6:
f4:=min(1-(x-C)^2-(y-sin(C*Pi/3))^2,3/2-abs(C-3/2)):
C := 0.6*(1 + x) + 0.9:
```

```

f5:=min(1-(x-C)^2-(y-sin(C*Pi/3))^2,3/2-abs(C-3/2)):
C := 0.6*(1 + x) - 0.9:
f6:=min(1-(x-C)^2-(y-sin(C*Pi/3))^2,3/2-abs(C-3/2)):
ff := implicitplot({f,f1,f2,f3,f4,f5,f6},
    x=-2..5, y=-1.5..2.5,
    grid=[50,50], scaling=constrained,
    axes=boxed,thickness=3, axesfont=[TIMES,ITALIC,28]):
ff := implicitplot({f,f1,f2,f3,f4,f5,f6},
    x=-2..5, y=-1.5..2.5,
    grid=[50,50], scaling=constrained,
    axes=boxed,thickness=3, axesfont=[TIMES,ITALIC,28]):
display(ff, seq(Gr[i], i=0..10));

```

Результаты выполнения программы – элементы семейства кривых, подобного данному



This image shows a single page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a template for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

This image shows a single page of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

К 88 Куценко Л.Н., Адашевская И.Ю., Воронцова Д.В.
Геометрическое моделирование огибающих семейств кривых
на примере процесса перфорации в валках. Монография. — Х.:
«НТМТ», 2009. — 144 с., ил. 113.

ISBN 978 — 966 — 8603 — 60 — 0

ББК 22.151.в6

КУЦЕНКО Леонид Николаевич
АДАШЕВСКАЯ Ирина Юрьевна
ВОРОНЦОВА Дарья Владимировна

**ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ОГИБАЮЩИХ СЕМЕЙСТВ КРИВЫХ
НА ПРИМЕРЕ ПРОЦЕССА ПЕРФОРАЦИИ В ВАЛКАХ**

Подписано к печати 10.12.2008 г.

Формат 60х84/16. Печать офсетная. Бумага офсетная.
Гарнитура Newton7C. Тираж 300 экз. Заказ № 128/09-04.

Издательство «НТМТ».

Свидетельство о внесении в Государственный реестр издателей
ДК № 1748 от 15.04.2004 г.

61072, г. Харьков, пр. Ленина, д. 58, к. 106.

Тел. (057) 763-03-80, 763-03-87.

E-mail: ntmt@tns.org.ua
